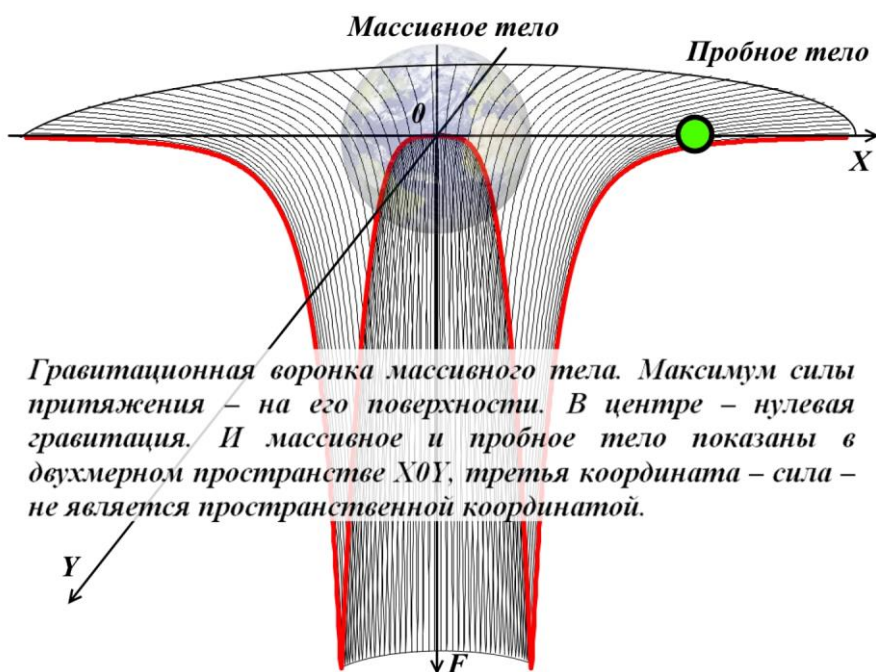


Путенихин П.В.

# Гравитационная воронка



Самиздат, 2021 г.

# Гравитационная воронка

## Gravity funnel

### Оглавление

1. Гравитационная воронка – анализ заблуждений .....	3
2. Структура Черной дыры.....	11
3. Диаграммы Минковского.....	15
Выводы.....	27
Ссылки .....	28

### Аннотация

Во многих учебниках и статьях при объяснении сущности искривления пространства-времени, приводящего к возникновению гравитационной силы, силы притяжения используется метафора резинового листа. На лист помещают массивное тело и показывают, как другие мелкие тела скатываются к нему по искривлённой поверхности мембраны. Однако эта метафора вводит в заблуждение, создавая ощущение трёхмерности конструкции. В этом случае мелкие тела могут скатываться только под действием гравитации. Объяснение гравитации с привлечением гравитации – это некорректный способ. Прогиб резинового листа на самом деле не связан с третьим измерением. На самом деле изгиб мембраны следует рассматривать как функцию силы притяжения. Этот прогиб мембраны мы называем *гравитационной воронкой*, буквально – трёхмерным графиком силы. Все тела в этой конструкции могут двигаться только по плоскости двух координат, никакого скатывания в воронку быть не может.

In many textbooks and articles, when explaining the essence of the curvature of space-time, leading to the emergence of gravitational force, the force of attraction, the metaphor of a rubber sheet is used. A massive body is placed on a sheet and shown how other small bodies roll towards it along the curved surface of the membrane. However, this metaphor is misleading, creating a sense of three-dimensionality of the design. In this case, small bodies can roll only under the influence of gravity. Explaining gravity by gravity itself is a flawed way. The deflection of the rubber sheet is not really related to the third dimension. In fact, the bending of the membrane

should be considered as a function of the force of attraction. We call this deflection of the membrane a gravitational funnel, literally - a three-dimensional graph of force. All bodies in this structure can only move along the plane of two coordinates; there can be no rolling into the funnel.

### **Ключевые слова**

метафора, резиновая мембрана, гравитационная воронка, двухмерное пространство, трёхмерное пространство, сила гравитации, пространство-время, диаграмма Минковского, мировая линия, геодезическая

## **1. Гравитационная воронка – анализ заблуждений**

Нередко действию загадочной тёмной энергии даётся антигравитационное объяснение, которое ко всему прочему имеет собственную проблему. Рассматривается она как антигравитационная альтернатива гравитации, которая сама не имеет достаточно убедительного объяснения. В классической физике, физике Ньютона нет никаких объяснений того, как именно действует гравитация, почему тела притягивают друг друга. Считается, что эту проблему решает теория гравитации Эйнштейна, общая теория относительности. Однако простого утверждения, что *искривление* пространства представляет собой сущность гравитации, всё-таки недостаточно. На это обстоятельство обратил внимание, например, Том ван Фландерн:

"... Большая масса, лежащая на резиновом листе, образовала бы большое углубление, и это углубление побудило бы меньшие близлежащие массы двигаться в направлении углубления. Это аналогия искривленного пространства-времени, которое также считается причиной ускорения тел в сторону больших масс. Рассуждения в этой аналогии предполагают, что целевые тела просто мгновенно реагируют на локальную кривизну лежащей под ними пространственно-временной среды (например, резинового листа). ... Аналогия с резиновым листом представлена как способ визуализировать, почему тела притягиваются друг к другу. Однако в этом отношении он весьма дефектен. Целевое тело, лежащее на краю вмятины, останется на месте и не будет скатываться вниз, если только под резиновым листом уже не бу-

дет силы, такой как гравитация, которая тянет все вниз. И эта несостоятельность аналогии помогает нам определить точную проблему с искривленным пространственно-временным описанием гравитации – отсутствие причинности" [1].

Отметим, что в литературе приведённая трактовка гравитации встречается довольно часто, но без явного указания на противоречие, отмеченное в цитате: для объяснения гравитационного эффекта привлекается... гравитация. Такое прямолинейное геометрическое объяснение движения массивных тел друг к другу определённо нельзя признать убедительным.

Вместе с тем, можно встретить и иной, корректный взгляд на метафору с резиновым листом. Приведём весьма интересную и показательную беседу корреспондента латвийского "Радио-4" в радиопередаче цикла "Природа вещей" с физиком Марцисом Аузиньшем, действительным членом латвийской академии наук, профессором латвийского университета, заведующим кафедрой экспериментальной физики. Беседа приведена в интернете в виде научно-популярного фильма [2]. В приводимых цитатах мы слова корреспондента будем предварять пометкой Корр, а ответы физика будем предварять инициалами – МА. В цитируемой беседе довольно неожиданно вскрывается действительная суть примера с резиновым листом. Диалог приведём предельно подробно с нашими комментариями, пояснениями, чтобы отчётливо показать, насколько сложной и вместе с тем очевидной является эта проблема. Сначала в диалоге пример, метафора с резиновым листом, мембраной приводится в традиционной трактовке:

МА. Представим, что у нас есть резиновая мембрана, шарик, который мы так плоско растянули. Вот это наше плоское пространство. Когда там нет никаких предметов и нет тела, которое будет притягивать другие тела. Потом ставим на эту мембрану достаточно тяжёлый металлический шарик. Мембрана, понятно, прогибается. Если я сейчас другой маленький шарик, который большой шарик будет притягивать где-то на эту мембрану ставлю, понятно, что он скатывается на этот большой шарик [2].

Корреспондент возражает, хотя возражение имеет несколько иную форму, чем возражения Фландерна:

Корр. Нет, я сразу возражу. Ну, хорошо, эта мембрана, шарик сверху, но тогда действие и законы взаимодействия сверху, над мембраной и под мембраной будут совершенно разные

Суть возражения не совсем ясна, что подразумевается под взаимодействием сверху или снизу, почему они разные, но физик с возражением соглашается

МА. Да, Вы совершенно, абсолютно правы, потому что вот эта модель как бы хорошо объясняет в двухмерном пространстве. Мы живём в трёхмерном пространстве.

Корр. Я сразу так и представила, в трёхмерном.

Отметим, что корреспондент считает модель с резиновым листом трёхмерной, хотя физик прямо называл её двухмерной. Далее физик продолжает идею трёхмерного пространства, но пока смысл её, отношение к резиновой мембране по-прежнему не очень понятны

МА. Во если это сделать в трёхмерное пространство, то, как бы вот снизу, сверху, направо, налево нет никакой разницы. Мы – шарик в центре и вот из всех возможных сторон...

Смысл по-прежнему пока неясен, какое отношение к резиновой мембране имеет идея трёхмерного пространства, какую роль оно играет

Корр. А снизу как? Но снизу нет, снизу по-другому

Физик продолжает пояснения, но они по-прежнему картину практически не проясняют

МА. Что есть низ? Если у нас есть только один шарик, вот, если у нас есть Земля... Что для Земли есть снизу и сверху? Низ и верх обычно что? Вот я стою на Земле, низ – это туда, на Землю, которая меня притягивает. Наверх – куда я могу подпрыгнуть, чтобы убежать от Земли. А если я нахожусь в таком трёхмерном пространстве и как бы в середине этого шарика, то у меня... это предмет, который притягивает, то у меня во все стороны, это...

Корр. одинаково...

МА. ... прочь, прочь, прочь от моего центра. В этой ситуации у меня уже нет низа, верха, право, лево. Если я предполагаю, что пространство моё изотропно, то есть, что во всех точках оно одинаково, что для физики интересные вопросы, ...

Звучит, признаться, весьма загадочно, странно. В трёхмерном пространстве, изотропном, однородном по определению

есть и верх-низ, и право-лево, и, наконец, вперёд-назад. Они, собственно, и определяют трёхмерность пространства. Куда же они вдруг исчезли?

Корр. Кстати, да...

МА. ... не совсем сразу мы можем однозначно на это ответить, но если мы делаем предположение, что всё однородно, то... вот... для моего шарика, который притягивает основные предметы, нет уже направо, налево

Загадочно. Как же быть с декартовой системой координат трёхмерного пространства? Три оси, у каждой своё название, одно из которых, несомненно, может быть право-лево. Понятно, что выбор их исходного направления определяется наблюдателем, системой отсчёта, но это их не устраняет. Пояснения пока ничего не прояснили, поэтому корреспондент повторяет своё возражение практически слово в слово

Корр. Но это, если эти шарики находятся сверху. А если эти шарики находятся под мембраной?

И здесь в ответе физика появляется пока не очень чёткий, но уже заметный смысловой проблеск

МА. Вот нет у меня "под". То, что Вы говорите, достаточно интересно. То есть, тогда я из двухмерного пространства говорю, что, вот я могу выйти в третье измерение из моей мембраны, стать над ней, посмотреть, что там происходит... Если сверху смотрю...

Довольно отвлечённо, туманно, хотя уже можно догадаться...

Корр. Да, если снизу смотрю, да...

МА. ... если я снизу смотрю. А вот если я в трёхмерном пространстве, то я должен выйти в четвёртое измерение. Тогда я могу посмотреть, как это будет там с одной стороны, с другой стороны. Если мы думаем, что... опять же мы тут касаемся достаточно такой непростой темы, сколько же

Корреспондент, похоже, всё ещё не поняла сути двух- или трёхмерности в рассматриваемой схеме резинового листа

Корр. ... измерений есть вообще?

МА. ... измерений в пространстве...

Здесь в диалоге произошло небольшое отклонение от основной темы, поскольку речь изначально шла исключительно о *пространственных* измерениях

Корр. Но говорят, что четвёртое – это время?

МА. Ну, время, то есть это как бы... относительно просто. Действительно, время есть четвёртое измерение. Но у нас есть разные теории струн и так далее, где количество измерений ещё значительно больше.

Повторим, что мы столь детально анализируем диалог неспроста. Диалог этот, в конечном счете, ведёт к столь же удивительному, сколь и, по сути, очевидному выводу, поясняющему суть метафоры с резиновым листом. А пока собеседники, вернее, физик проходит вскользь по "очень большой абстракции"

МА. Но если мы не уходим в такую очень большую абстракцию, где нам будет, наверно, не очень просто ориентироваться, то вот, если я хочу в трёхмерном пространстве выйти из него и посмотреть со стороны, это достаточно сложно. Есть достаточно интересные, кстати, такие математические упражнения... Вот, если я математически сделаю четырёхмерный куб и спроецирую в трёхмерное пространство... я могу его сделать, как он выглядит. Это будет аналогично... вот у меня есть трёхмерный куб... Я его как-то поворачиваю, ставлю над плоскостью и смотрю его проекции на плоскость. Но она будет там не обязательно квадрат. Вот в зависимости, как его поверну, он там будет достаточно сложная фигура может оказаться. Вот если я четырёхмерный куб переносу в трёхмерное пространство, и потом в четырёхмерном, которого я не вижу, как-то кручу, вот в трёхмерном у меня этот объект принимает странные... формы.

Корр. Странные формы

По всей видимости, всё сказанное выше теперь ясно и понятно лишь тому, кто владеет этой сложной темой, предметом, имеет чёткие представления о сути метафоры. А пока мы по-прежнему видим недостаточно чёткие описания

МА. Вот, я думаю, что если мы готовы всё-таки вернуться к первоначальному примеру и взять, что вот, ладно, мы в трёхмерном пространстве... это достаточно сложно... можем представить, потому что вот у нас нет плюс одного измерения, с ко-

того на всё это посмотреть, поэтому мы делаем более простую модель... Модели в физике всегда имеют очень как бы важную роль и моя модель трёхмерного пространства – двухмерное пространство.

Вот! Вот оно, пусть не чётко сформулированное, даже кажущееся странным утверждение, но именно в этом и состоит главное содержание метафоры: на ней *не трёхмерное пространство, а двухмерное!* Это трёхмерная модель двухмерного пространства.

МА. И вот в моём двухмерном пространстве, когда у меня на самом деле верх-низ перестают существовать, это только когда я со стороны смотрю... могу я так смотреть... вот тогда вот этот изгиб пространства, я думаю, достаточно точная модель того, что такое гравитация по Эйнштейну.

Пока эта странность, возможно, видна не всем. В представленной модели "верх-низ перестают существовать", поскольку эта ось – не пространственная.

Корр. То есть просто скатываются...

МА. Просто скатываются.

Корр. Просто скатываются шарики. А почему они скатываются?

Здесь мы прекращаем цитирование, приведя в заключение только одну фразу из ответа физика, причём даже с некоторым оттенком "вырывания из контекста"

МА. ... они не скатываются... [2]

Это *решающее* утверждение. Теперь остаётся лишь совместить двухмерное пространство, выглядящее трёхмерным резиновым листом, и эту фразу "шарики не скатываются". На самом деле далее в диалоге вновь идут несколько отвлечённые рассуждения, но главная идея, суть метафоры теперь видна достаточно отчётливо, нужно лишь немного задуматься. Эта третья, вертикальная ось на рисунке – это ось *кривизны* пространства-времени по Эйнштейну, а не третья пространственная координата. В этом случае утверждение о "скатывании" теряет смысл. Ось кривизны, по сути, эквивалентна оси силы, силы притяжения. Чем ближе подвижный шарик к массивному, тем сильнее кривизна, тем сильнее притяжение.

Важно отметить, что ни на одном просмотренном в литературе изображении резинового листа нет обозначения осей ко-



ординат, а ведь они могли бы прояснить многое. Один из основных вопросов, связанных с наличием осей, состоит в том: какой объект находится в начале координат. От этого объекта зависит, с какого значения начинаются отсчёты осей. Действительно, если начало координат обозначено как ноль, то это прямо означает, что пробное тело  $m$  способно достичь этой точки. Такое возможно в случае, если массивное тело газообразное, пылеобразное или жидкое. Но в этом случае возникает связанный вопрос: почему для этой точки на графике, в центре воронки показано самое большое значение кривизны? То есть, соответственно, самое большое значение силы притяжения. Но такого не может быть, поскольку в центре массивного тела гравитация нулевая, в центре – невесомость.

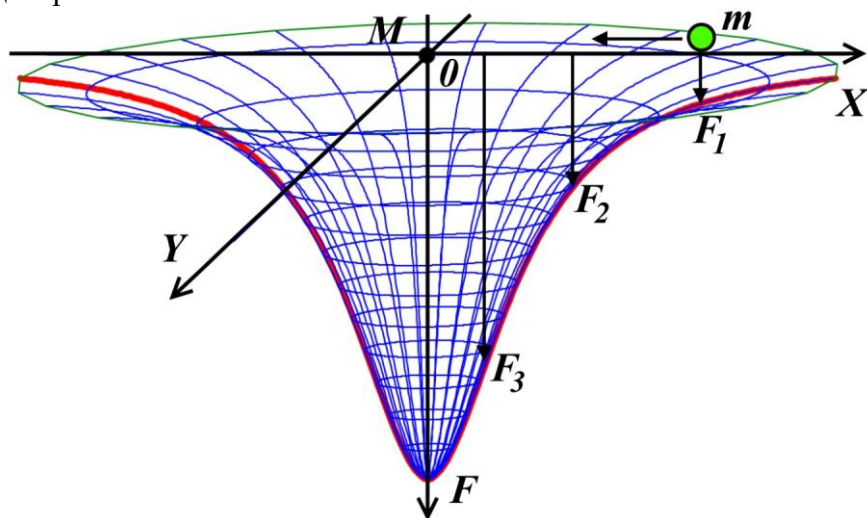


Рис.1.1. Метафора резинового листа: лист прогнулся под действием тяжёлого тела в центре, вследствие чего малое тело скатывается. Однако представленная схема является двухмерным пространством. Прогиб вниз не является прогибом по третьей координате, а все тела могут двигаться только по плоскости  $XOY$ .

На нашем рис.1.1 обозначения осей нанесены. На рисунке в виде точки  $M$  в начале координат показано большое массивное, гравитирующее тело, тело, которое искривило пространство-время. Сама *гравитационная воронка* – это двухмерный

*график* кривизны, значение силы  $F$  в зависимости от координат  $x$ - $y$ . В начале координат, в точке  $XOY$  значение кривизны максимально и имеет отрицательное значение, пик кривизны направлен вниз. На рисунке, как дань традиции, компромиссно невесомость в центре тела  $M$  не показана.

Притягиваемое, малое пробное тело  $m$ , физически может перемещаться *только* в плоскости  $XOY$ . Если на него не действуют никакие другие силы, то движение из состояния покоя всегда направлено в сторону массивного тела  $M$ , в начало координат. В показанном месте на тело  $m$  действует сила  $F_1$ , на самом деле направленная не вниз, а в центр координат, к телу  $M$ . Её направление *вниз* изображено стрелкой, которая просто показывает величину этой силы – отрезком от плоскости  $XOY$  до поверхности, графика кривизны.

В следующей точке, куда тело  $m$  переместится, сила возрастёт до  $F_2$ , далее – до  $F_3$ . Красная линия на рисунке – сечение воронки сил, то есть, график сил в плоскости  $XOF$ . Отметим, что третья ось  $Z$  не показана, поскольку движения по этой оси нет, движение только в плоскости  $XOY$ . Кроме того, ей просто нет места: все направления осей координат заняты. Иначе говоря, на нашем рисунке в виде *трёхмерной* аксонометрии изображена *плоская, двухмерная* модель.

Считается, что изобразить таким же образом трёхмерную модель, все три оси координат невозможно, поскольку тогда нужна четвёртая ось, по которой можно было бы изобразить изменение кривизны пространства-времени, силы притяжения. Однако один способ такого изображения всё-таки есть. Это изображение силы, кривизны в виде скалярного поля.

На рис.1.2 показано сечение группы сфер, в традиционных декартовых осях координат –  $XYZ$ . Сферы расположены с метрическим шагом, как обычные насечки на осях координат. Дополнительно рядом с осями показаны значения кривизны или силы притяжения  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $F_3$ . Каждому радиусу сферы соответствует та или иная кривизна или сила притяжения. В центре сфер показано массивное тело  $M$ , к которому притягивается тело  $m$ , показанное ранее на рис.1.1. Тело  $m$  теперь может перемещаться в трёхмерном пространстве в любом направлении, но

в свободном движении из состояния покоя – только в сторону центра, к точечному телу  $M$ .

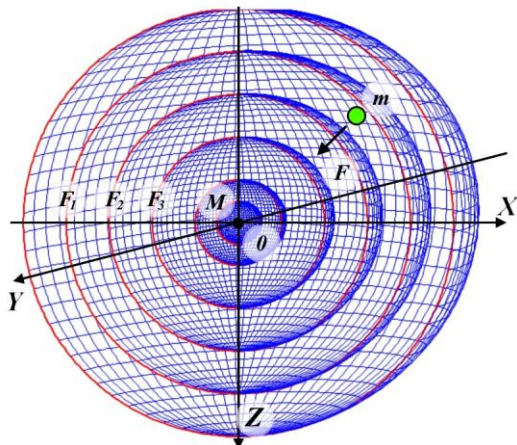


Рис.1.2. Трёхмерная метафора, подобие "резинового листа" – набор сфер, каждая из которых имеет радиус, равный текущей координате. Каждой сфере приведено в соответствие значение гравитационной силы, силы в этой точке *трёхмерного* пространства. Массивное гравитирующее тело находится в центре сфер. Любое свободно падающее тело  $m$  испытывает силу притяжения строго к центру.

Отметим, что изображение кривизны в виде скалярного поля и *трёхмерной* шкалы расстояний в виде сфер менее наглядно, чем *двухмерная* воронка на резиновом листе. Поскольку между этими двумя изображениями нет *принципиальной* разницы, далее мы будем рассматривать только метафору с резиновым листом.

## 2. Структура Черной дыры

Следует заметить, что возникновению такого ошибочного представления о резиновом листе, как трёхмерной поверхности в немалой степени способствует вертикальное расположение оси кривизны, силы притяжения. Мы привыкли, что свободное падение тел на Земле всегда происходит сверху вниз, поэтому и на резиновом листе неосознанно ожидаем, что подвижный шарик также будет скатываться по наклонной поверхности *сверху*

вниз. Но, как мы выяснили, наклонная поверхность – это просто *график*, функция, а не трёхмерная поверхность в привычном пространственном смысле. Чтобы ещё более отчётливо показать эту ошибку, просто развернём ось кривизны горизонтально.

Для этого рассмотрим ещё один вариант резинового листа, приводимый в литературе так же довольно часто. Это искривление пространства-времени Чёрной дырой. Как и в примере с обычными массивными телами, эта гравитационная воронка также приводится с вертикальным расположением оси кривизны, силы притяжения. Развернём эту ось горизонтально – рис.2.1.

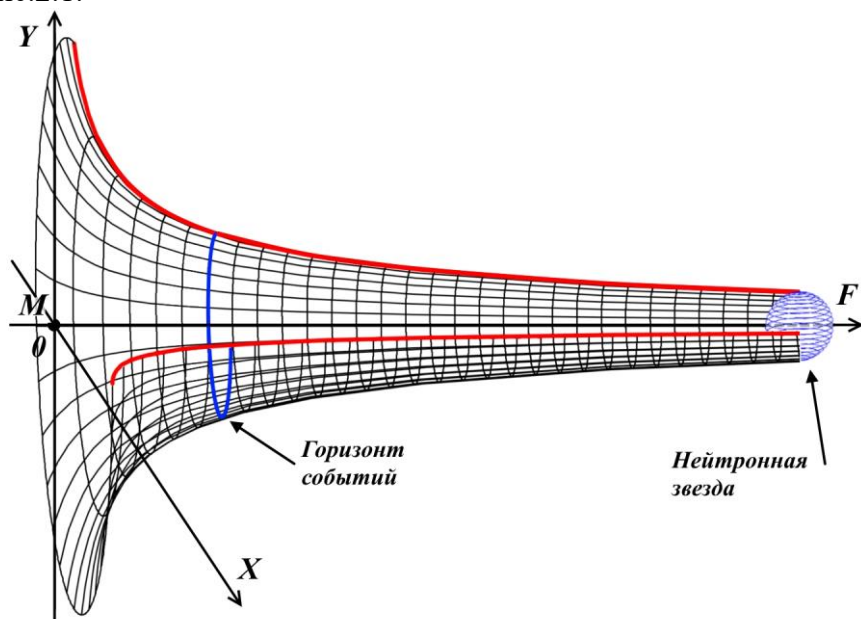


Рис.2.1. Если расположить ось прогиба резинового листа горизонтально, то метафора теряет смысл. Теперь лист под действием тяжёлого тела в центре прогнуться не может, а малое тело теряет способность к скатыванию. Становится видно, что схема является *двухмерным* пространством. Все тела могут двигаться вокруг массивного только по плоскости  $XOY$ .

Теперь нет оснований заявлять, что тело, находящееся на входе в воронку, будет скатываться в неё. Теперь у нас явно обозначены оси координат двухмерного пространства, вернее,

одной из двумерных плоскостей трёхмерного пространства. Поскольку это плоскость, то движение любого тела возможно только в этой плоскости: здесь, на рисунке это вперёд-назад и вверх-вниз. Конечно, главная смысловая деталь резиновой мембраны – прогиб её под действием массивного тела – в таком варианте пропадает. Вместо этого прогиба появляется двумерный график силы, кривизны, направленный вправо. Видимо, правильное говорить не появляется, а в него превращается прогиб листа. Именно это превращение при повороте оси и вскрывает дефектность модели резинового листа. Не обязательно изображать модель с горизонтальной осью кривизны, достаточно мысленно, кратковременно представить эту ось, чтобы увидеть верную картину.

График сил теперь играет чётко ограниченную, определённую, назначенную ему роль. Он показывает, какая сила в каждой точке *плоского* пространства действует на подвижное тело со стороны массивного притягивающего тела – Чёрной дыры. Сама Чёрная дыра находится на самом деле не в том месте, где мы её изобразили для наглядности в виде нейтронной звезды. Чёрная дыра – это сингулярная точка, которая находится в начале координат, в центре плоскости  $XOY$ . Именно к этой точке притягиваются *все* тела, находящиеся на плоскости  $XOY$ . Сила этого притяжения на рисунке определяется длиной линии, соединяющей центр тела с соответствующей точкой поверхности, воронки кривизны, проекцией этого центра на поверхность кривизны.

Поясним, почему Чёрная дыра изображена таким двойственным образом. Согласно проведённым вычислениям, вещество, оказавшееся под горизонтом событий Чёрной дыры, *никогда* не достигнет её центра, не упадёт в сингулярность. На рисунке ниже показана эволюция нейтронной звезды в процессе её коллапса, превращения в Чёрную дыру

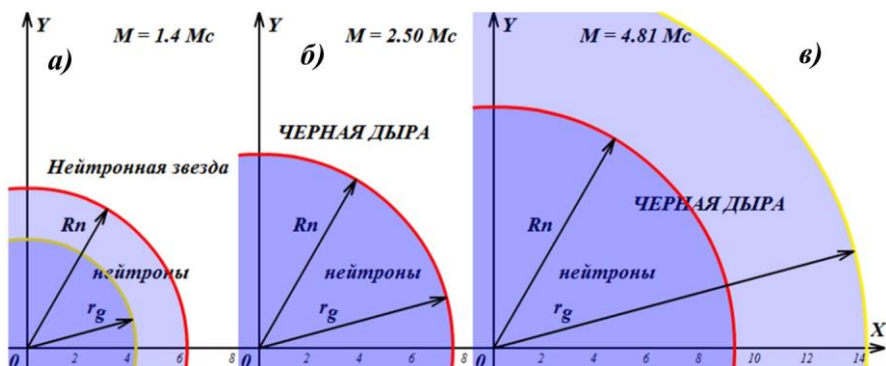


Рис.2.2. В процессе коллапса нейтронной звезды она последовательно проходит три этапа. Сначала горизонт событий меньше радиуса звезды и она видна как обычная нейтронная звезда. Моментом коллапса следует считать момент, когда радиус горизонта событий становится равным радиусу нейтронной звезды. На следующем, третьем этапе радиус горизонта событий растёт быстрее, чем радиус нейтронной звезды. Для схлопывания нейтронной звезды в сингулярность нет никаких логических оснований. Анимация [3].

По мере роста массы нейтронной звезды растёт так же и радиус её горизонта событий. На первых порах, рис.2.2а горизонт событий находится внутри "лёгкой" нейтронной звезды. Начиная с момента, когда масса нейтронной звезды превысит примерно 2,5 массы Солнца, гравитационный радиус сравняется с радиусом нейтронной звезды, рис.2.2б. Теперь любое увеличение массы звезды приведёт к тому, что горизонт событий скроет её, рис.2.2в. Фигурально, последняя капля вещества в нейтронную звезду делает её невидимой. При этом нет никакой *логической* необходимости утверждать, что всё вещество звезды начнёт стремительно сжиматься. Сама по себе классическая сингулярность определённо является мистической метафорой. Сила гравитации в нейтронной звезде, кандидате в Чёрную дыру всегда меньше внутриядерных сил. Если эти ядерные силы не стягивают нейтроны-протоны в сингулярность, то гравитации это тем более не под силу.

Расчёты показали: чтобы гравитация смогла притянуть нейтроны на поверхности нейтронной звезды сильнее этих

внутриядерных сил, радиус звезды должен превысить размены наблюдаемой Вселенной. Но и в этом случае вопрос остаётся открытым: сжав нейтроны до диаметра, меньшего их исходного, сломав эти нейтроны, гравитация столкнётся со следующей структурой элементарных частиц – кварками. Такая "сломанная" нейтронная звезда превратится в звезду кварковую. В этом случае по-прежнему более вероятным, логичным остаётся вариант, что сила отталкивания между кварками будет превышать силу их сдавливания силами гравитации.

### 3. Диаграммы Минковского

Таким образом, мы видим, что распространённый пример, метафору с резиновым листом и Фландерн и, скорее всего, многие другие читатели трактуют неверно. В метафоре резиновый лист – это лишь образная иллюстрация. На самом деле лист следует рассматривать не как трёхмерное пространство, искривлённое тяжёлым телом. Это пространство *двухмерное*, на него, строго говоря, нужно смотреть сверху. Кроме того, следует учитывать, что, согласно ОТО, искривляется не просто пространство, а пространство-время! Следует понимать, что третья пространственная координата на рисунках с резиновым листом *отсутствует*, по этой оси на аксонометрии изображено не пространственное измерение, а график, зависимость силы притяжения от расстояния до центра, до массивного тела.

Также следует заметить, что само по себе *искривление* пространства-времени (впрочем, как и само пространство-время) не наблюдаемо, его невозможно продемонстрировать, это просто физический *параметр*, свойство пространства-времени. Как *именно* искривляется пространство-время? Это искривление можно представить примерно так же, как искривление воды в глубине океана. Действительно, пространство можно аллегорически рассматривать как океан: и там и там есть объёмлющая среда, в которой находятся объекты. Но описать искривление этой среды весьма проблематично. Это искривление выглядит как весьма туманная абстракция. Конечно, её происхождение можно вывести последовательно из пространств меньшей мерности. Довольно просто представить искривление одномерного пространства, прямой линии. Так же несложно представить

и искривление двумерного пространства – плоскости. В обоих случаях искривление – это перемещение, вытягивание, сдвиг части пространства в пространство большей мерности. Линия может искривиться на плоскости или в трёхмерном пространстве. Плоскость может искривиться в трёхмерном пространстве. Это, так сказать, визуальное, наблюдаемое искривление.

Поэтому, видимо, правильное говорить о наблюдении в искривлённом пространстве-времени *мировых линий*, представляя их индикаторами этого искривления. Поскольку в традиционном примере использованы только две пространственные координаты, то можно легко показать искривлённое "двухмерное +1" пространство-время. Нужно просто построить аксонометрию. Но ещё проще показать такое искривлённое пространство-время в его двухмерном, ограниченном виде: "одномерное +1" пространство-время. Диаграмма плоская, классическая, в координатах  $\{r0ct\}$ .

Решить проблему, видимо, позволяет формализм мировых линий, геодезических. Действительно, каждое событие имеет собственную мировую линию или геодезическую. Мы будем рассматривать свободное движение, то есть, мировые линии, являющиеся геодезическими. [3]

Рассматривать это движение в нашем случае удобно на классических диаграммах Минковского. Впервые способ наглядного изображения физической реальности в виде четырехмерного пространства событий, в котором каждая точка представляет собой некоторое событие, определяемое тремя пространственными и одной временной координатами Герман Минковский предложил в 1908 году в докладе «Пространство и время». Эти точки четырехмерного пространства-времени Минковского являются математическими абстракциями, которые не обладают ни пространственным объемом ни временной длительностью. В дальнейшем эти изображения получили название «диаграммы Минковского» и считаются наглядным способом демонстрации сущности специальной относительности и используются для доказательства её истинности.

В общем, универсальном виде диаграмм Минковского имеет примерно следующий вид:



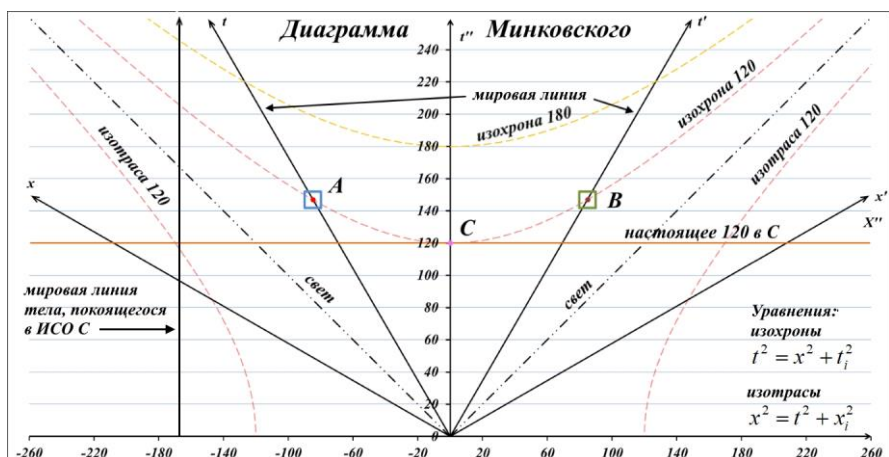


Рис.3.1. Диаграмма Минковского для двух движущихся систем отсчета A и B с точки зрения средней, неподвижной системы отсчета C

Текущий момент времени изображен на диаграмме оранжевой линией «настоящего времени в неподвижной системе отсчета (покоя)» или кратко «настоящее покоя». Тонкие штриховые линии, исходящие из начала координат и имеющие угол наклона к оси времени, равный  $45^\circ$ , — это мировые линии света. Все мировые линии движущихся систем отсчета могут иметь угол наклона к оси времени только меньше  $45^\circ$ .

Также на диаграммы мы добавили традиционные вспомогательные линии (калибровочные кривые, «семейство гипербол»). В литературе у них нет общепризнанного названия, поэтому для определенности мы называем их изохронами. Такое название вполне допустимо, оно точно отражает смысл этих линий. Изохрона отсекает на всех без исключения мировых линиях ИСО, движущихся из начала координат, отрезки равного времени, прошедшего от начала движения. Понятно, что изохрон на диаграмме Минковского может быть бесчисленное множество — по величине времени, отсекаемого на мировых линиях ИСО. Все они описываются уравнениями гипербол

$$t^2 = x^2 + t_i^2$$

Например, изохрона 120, изображенная на приведённой диаграмме желтой штриховой линией, показывает, что во всех

ИСО, мировые линии которых дошли до неё, прошло ровно  $t_i=120$  секунд от начала движения по их собственным часам.

Все изохроны на диаграммах Минковского располагаются «вдоль» вертикальной оси ветвями вверх (движение в будущее) или вниз (движение из прошлого). К изохронам «ортогонально» располагаются соответствующие гиперболы, которые мы называем «изотрасами», – ветвями вправо (удаление от неподвижной ИСО вправо) или влево (удаление от ИСО влево). Это линии, отсекающие на мировых линиях расстояний отрезки равных дистанций (трасс), то есть, показывающие одинаковое расстояние от начала координат во всех движущихся ИСО. Уравнения изотрас

$$x^2 = t^2 + x_i^2$$

На рисунке красными линиями показан «комплект» изохроны 80 и соответствующей ей изотрасы 80. Изохроны и изотрасы на бесконечности сколь угодно близко приближаются к мировым линиям света, но никогда не коснутся их.

Для демонстрации приведём анимацию [3], на которой показана *динамическая* диаграмма Минковского для эксперимента с обменом световыми сигналами между двумя системами отсчета А и В с точки зрения неподвижной системы С.

На приведённой динамической диаграмме Минковского используется изменяющийся, динамический масштаб, то есть, значения возле меток на осях координат постоянно возрастают вместе с течением времени. В этом случае линия настоящего и начало координат остаются неподвижными. Если использовать традиционный фиксированный масштаб, то в приведённой анимации квадрат  $80 \times 80$  пространственно-временных координат в начале движения, преобразуется в конце движения в квадрат  $1000 \times 1000$ , то есть исходную диаграмму к этому моменту необходимо увеличить в 12,5 раз. Динамическое масштабирование даёт один и тот же размер диаграммы в обоих случаях, изменяется только цена делений осей.

Другим следствием такого масштабирования является то, что движущиеся во времени события и неподвижная (лабораторная) ИСО с линией "настоящее покоя" окажутся "замороженными" в своих определенных, начальных точках диаграммы. Наоборот, события, имеющие определённое, фиксированное

время свершения, на диаграмме будут двигаться по своим мировым линии к началу координат, то есть, как бы в обратном направлении, в прошлое, оставаясь при этом в фиксированной точке пространства-времени. Такая диаграмма будет напоминать картину удаляющегося ландшафта: так выглядят деревья, дома, люди, если смотреть на них через заднее стекло уезжающего автомобиля. Все пропорции сохраняются, уменьшаются только размеры.

Теперь рассмотрим другой, простейший случай – тело  $m$  находится в покое на удалении  $R_0$  от массивного тела  $M$ . Это массивное тело искривляет пространство-время вокруг себе, что приводит в движение неподвижное изначально тело  $m$ . Определим закон движения этого тела. Изначально на него действует ньютонова сила

$$F = G \frac{Mm}{R_0^2}$$

Под действием этой силы тело начинает двигаться с мгновенным ускорением

$$a = \frac{F}{m} = G \frac{M}{R_0^2}$$

За некоторый короткий момент времени  $dt$  тело достигнет скорости  $dv$

$$dv = a dt = G \frac{M}{R_0^2} dt$$

и переместится на небольшое расстояние

$$dR_1 = a \frac{dt^2}{2} = G \frac{M}{R_0^2} \frac{dt^2}{2}$$

В следующий момент времени сила и ускорение возрастают, поскольку уменьшается расстояние между взаимодействующими телами

$$F = G \frac{Mm}{(R_0 - dR)^2}$$

$$a = G \frac{M}{(R_0 - dR)^2} = G \frac{M}{\left( R_0 - G \frac{M}{R_0^2} \frac{dt^2}{2} \right)^2}$$

Обращаем внимание, что уравнение явно отличается от уравнения движения с неизменным ускорением, от уравнения падения тела в гравитационном поле Земли.

$$dR_2 = G \frac{M}{\left(R_0 - G \frac{M}{R_0^2} \frac{dt^2}{2}\right)^2} \frac{dt^2}{2} = G \frac{M}{(R_0 - dR_1)^2} \frac{dt^2}{2}$$

По аналогии, рассматривая равные интервалы времени, находим следующий пройденный интервал

$$dR_3 = G \frac{M}{(R_0 - dR_1 - dR_2)^2} \frac{dt^2}{2}$$

Мы считаем, что к появлению силы притяжения приводит искривление пространства-времени массой тела М. Проявляются эта сила и кривизна в том, что мировая линия, геодезическая тела m также искривляется. Это, собственно, и есть уравнение для визуальной демонстрации кривизны: мы теперь можем построить график, геодезическую на диаграмме Минковского. Для удобства немного изменим уравнения

$$R_1 = R_0 - dR_1 = R_0 - G \frac{M}{R_0^2} \frac{dt^2}{2}$$

Следующее уравнение также изменит вид

$$R_2 = R_1 - dR_2 = R_1 - G \frac{M}{R_1^2} \frac{dt^2}{2}$$

В общем виде уравнение принимает вид

$$R_n = R_{n-1} - dR_n = R_{n-1} - G \frac{M}{R_{n-1}^2} \frac{dt^2}{2}$$

Очевидно, что

$$R_0 > R_1 > R_2 > \dots > R_n \dots \rightarrow 0$$

следовательно, в конечной точке сила притяжения, ускорение и кривизна приобретут бесконечно большие значения. Но это в случае точечного объекта М. Мы принимаем, что объект либо имеет конечные размеры –  $r_0$ , либо тело m приблизится к нему на конечное расстояние, либо "пролетит" мимо по другой координате.

Мы не будем пытаться решить эти уравнения аналитически, поскольку они позволяют довольно просто построить график непосредственно. Для построения графика кривизны, считая его тождественным графику силы, преобразуем уравнения к качественно подобному виду

$$R_n = R_{n-1} - \frac{1}{R_{n-1}^2}$$

$$F = \frac{1}{R_n^2}$$

Строим графики этих уравнений, помня, что они являются функциями времени

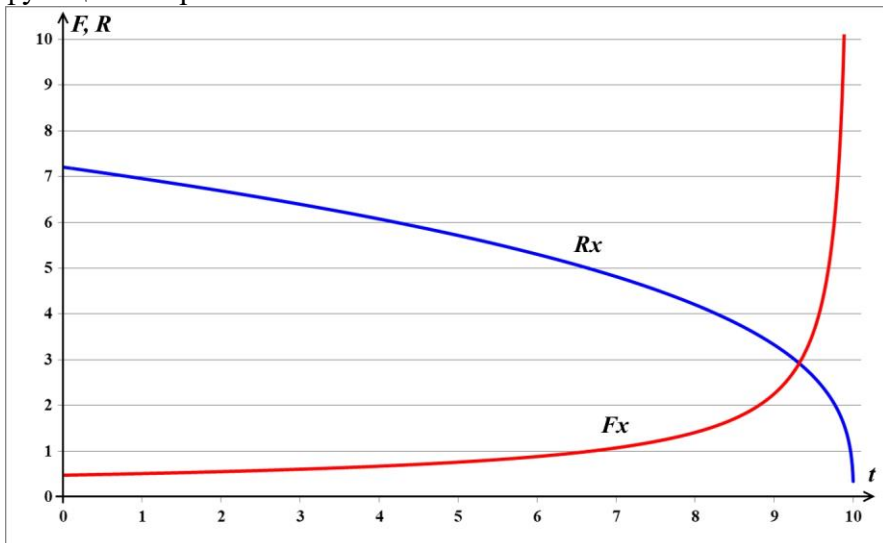


Рис.3.2. Тело падает на массивную звезду. График силы  $F_x$  соответствует кривизне пространства-времени. Вблизи звезды кривизна очень велика, в проделанных вычислениях график уходит к значениям  $F_x \sim 200$ .

Традиционные для физики Ньютона графики рис.3.3 показывают ситуацию падения пробного тела на звезду, после чего его мировая, геодезическая прерывается, пробное тело сливается со звездой. Однако возможна и ситуация, что пробное тело "промахивается" мимо звезды и продолжает своё движение далее, удаляясь от неё. Эту картину демонстрируют те же уравне-

ния, что и для первого этапа движения, этапа падения. Нужно просто продлить графики во времени. В результате получаем графики более полные

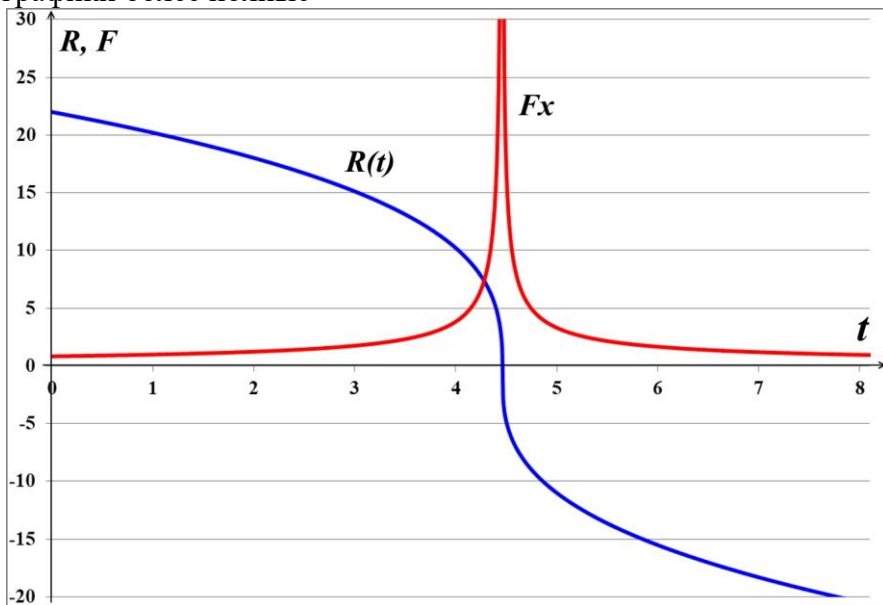


Рис.3.3. Пробное тело  $m$  падает на звезду  $M$ , но в последний момент траектория тела проходит мимо звезды, по другой координате (не показана). Вблизи звезды, на наименьшем удалении от неё сила  $F_x$  резко возрастает, пик уходит далеко за границы рисунка. Если развернуть время в точке пика, то график  $R(t)$  приобретёт вид параболы, соответствующей броску тела вверх в обозначениях физики Ньютона.

Если развернуть влево нижнюю часть графика силы, то есть, в обратном направлении времени, образуется некоторое подобие параболы, описывающей в физике Ньютона бросок тела вертикально вверх. Как мы отметили, изобразить графически *воздействие* кривизны пространства-времени на тела либо весьма сложно, либо вообще невозможно. Гравитационные воронки, рассмотренные выше, являются графиками кривизны или силы. Но механизм *движения* на этих графиках практически не просматривается, неясно, как именно *кривизна* вызывает перемещение тел, вызывает появление реальной силы, вызывающей их движение.

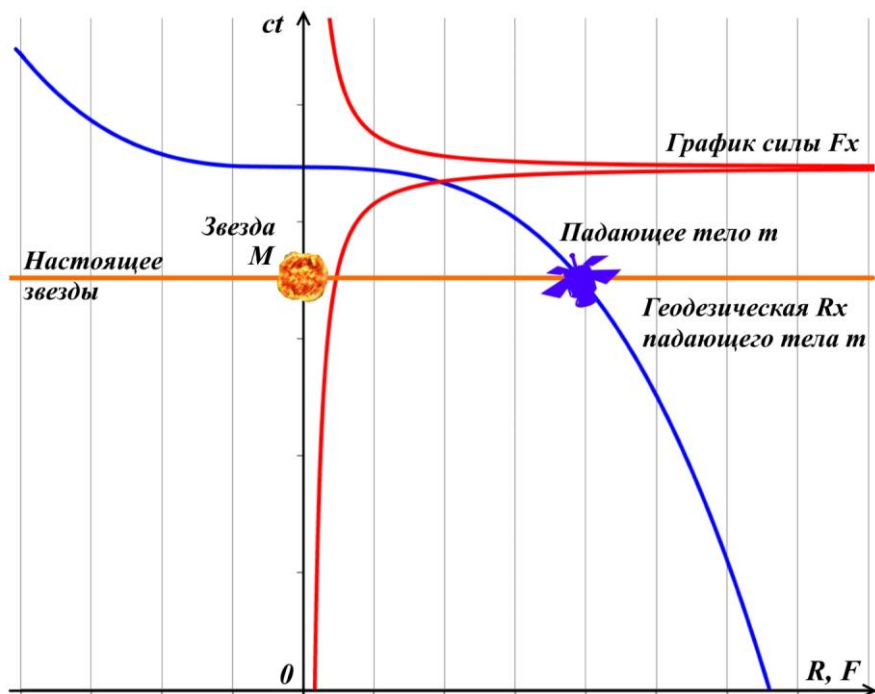


Рис.3.4. Диаграмма Минковского на основе графиков рис.3.3 – пробное тело  $t$  падает на звезду  $M$ , но в последний момент траектория тела проходит мимо звезды, по другой координате (не показана). Сила  $F_x$  является эквивалентом кривизны пространства. Вблизи звезды, на наименьшем удалении от неё кривизна резко возрастает, пик уходит далеко за границы рисунка. Если в точке пика развернуть левую часть графика  $R(t)$  вниз, то он приобретёт вид параболы, соответствующей броску тела вверх в физике Ньютона.

На рис.3.2 и рис.3.3 мы показали систему с одной пространственной координатой. В этом случае любое тело может двигаться *только* либо к наблюдателю, либо от него. В частности, такая система описывает бросок мяча вверх. Кроме того, мы можем в ней рассмотреть и ситуацию с искривлённым пространством рис.1.1 и даже рис.1.2, считая, что притягиваемое тело движется только по одной координате.

На рис.3.4 приведена *условная* диаграмма Минковского, построенная по графикам рис.3.3. Условность заключена в том,

что время, сила и расстояния измеряются в неопределённых единицах. Значение имеет только форма графиков.

На рисунке, диаграмме Минковского вдоль оси времени идёт мировая линия тяжёлого тела – некой звезды. На некотором расстоянии  $R_0$  от неё зависит спутник под действием собственных двигателей или двигателей транспортного корабля. В этом случае мировая линия спутника (этот участок линии не показан) параллельна прямолинейной мировой линии звезды. Поскольку мы рассматриваем ситуацию в системе отсчёта звезды, в которой она неподвижна, её мировая линия строго прямолинейна, по определению – это ось координат  $ct$ .

Теперь корабль отстыковывает спутник, и тот начинает падение в сторону звезды. Видим, что в начальный момент сила притяжения довольно мала, поскольку на этом удалении пространство-время практически плоское, не искривлено массой звезды. По мере приближения спутника, пробного тела  $m$  к звезде, его геодезическая  $R_x$ , сила и её эквивалент – искривление пространства-времени – растут относительно медленно. И лишь вблизи массивного тела, звезды кривизна и сила тяготения резко возрастают. В этой области мировая линия спутника начинает искривляться по квадратно-гиперболической кривой в сторону звезды. Искривление мировой линии, геодезической является результатом действия закона всемирного тяготения, являющегося квадратичной гиперболой.

Если в некоторый момент времени спутник включит на торможение свои двигатели, то его мировая линия с этого момента вновь выпрямится и будет параллельна мировой линии звезды. Если двигатели не включать, то спутник упадёт на звезду, то есть, их мировые линии пересекутся.

Однако если произойдёт, прямо скажем, чудо, и перед самым падением спутника звезда *телепортируется* в удалённую область, то мировая линия спутника сохранит уклон, скорость, достигнутые в последний момент. Поскольку теперь пространство-время в окрестности спутника плоское, не искривлённое движение будет инерциальным, а мировая линия будет продолжаться сколь угодно далеко.

Всё это выглядит вполне логично, и даже объясняет, как ненаблюдаемая явно кривизна пространства-времени приводит,



по сути, к графически наблюдаемому искривлению геодезических, мировых линий. Однако следует признать, это описание ничего не говорит о причинах, механизме искривления пространства-времени.

На диаграмме искривление пространства-времени, эквивалент силы  $F$  и мировая линия спутника, пробного тела  $m$ , геодезическая  $R$  являются фактически функциями времени –  $F(t)$  и  $R(t)$ . Для построения гравитационной воронки транспонируем  $F(t)$  в  $F(R)$ , в стационарную силу тяготения, в пространственное гравитационное поле

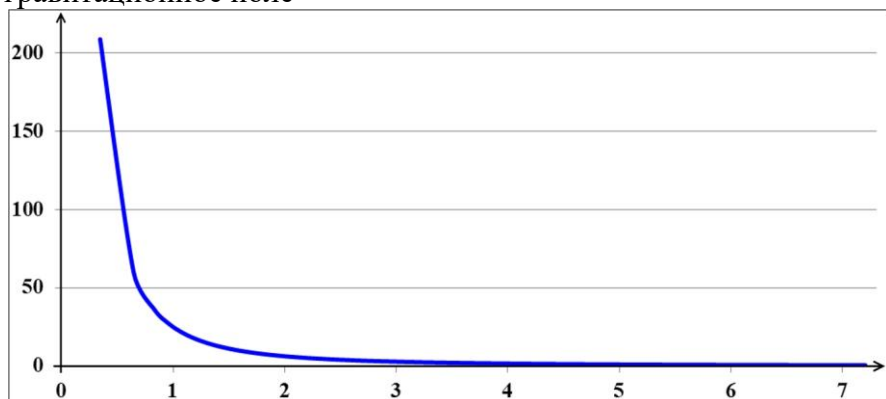


Рис.3.5. Образующая гравитационной воронки массивного тела  $M$  (Чёрной дыры) – зависимость силы притяжения к нему пробного тела  $m$  от удалённости  $F(R)$ . График сверху уходит далеко за пределы рисунка

Этот график является образующей, огибающей гравитационной воронки массивного точечного объекта, по сути, Чёрной дыры. Ранее мы выдвинули предположение о том, что внутри Чёрной дыры на самом деле находится нейтронная звезда конечных размеров, то есть, никакое падающее на неё пробное тело не может достичь центра. Любой объект на границе этой внутренней нейтронной звезды попросту распадается, превращается в тонкий слой нейтронов.

Интересно рассмотреть другой случай, когда массивное тело  $M$  позволяет пройти внутрь, сквозь себя. Это, например, газообразное или пылеобразное тело. В этом случае любое твёрдое пробное тело может достичь центра и попасть в область ну-

левой гравитации. Для такого случая добавим эту часть графика силы, слева. Согласно проделанным вычислениям, внутри такого пылеобразного или газообразного тела с *неизменной* плотностью на пробное тело действует сила, изменяющаяся приблизительно по закону параболы. Не накладывая особых требований на этот график, представим его в следующем приблизительном виде

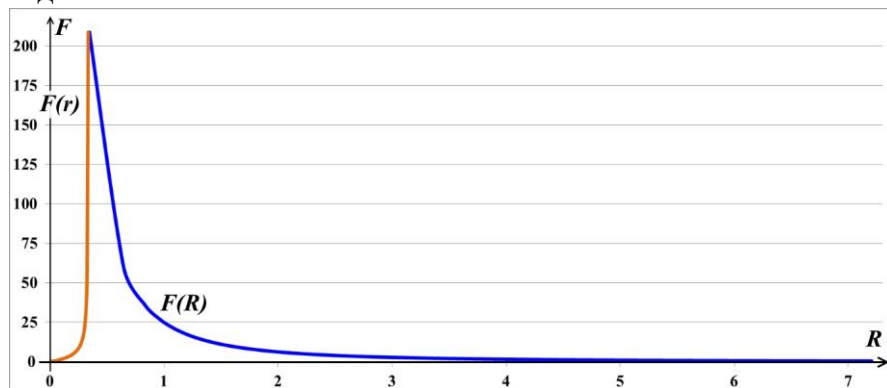


Рис.3.6. Образующая гравитационной воронки массивного объекта  $M$  – зависимость силы  $F(R)$  от удалённости с учётом размера звезды и её газообразности, то есть, возможности пробного тела  $m$  погрузиться в глубину звезды вплоть до её центра. Слева график дополнен силами  $F(r)$ , действующими внутри массивного объекта.

Теперь, используя эту непрерывную на всём протяжении функцию, строим гравитационную воронку массивного тела  $M$ , пылеобразной или газообразной структуры, допускающего проникновение пробного тела до центра – рис.3.7.

Напомним, что центр массивного тела находится в начале координат, оно показано полупрозрачным. Центр пробного тела так же находится в плоскости  $XOY$ . Традиционные промежуточные эллипсы на гравитационной воронке не показаны, чтобы не затенять рисунок. Гравитационная воронка показана в разрезе, её образующая выделена красной линией. На рисунке видно, что максимум силы притяжения находится на поверхности массивного тела, а в его центре, в начале координат гравитация нулевая, там невесомость.

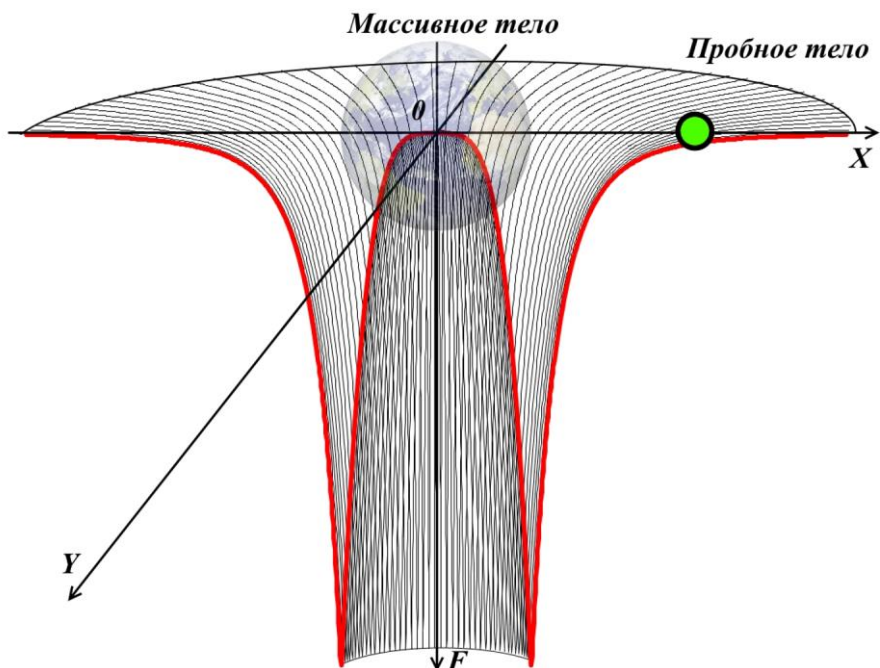


Рис.3.7. Гравитационная воронка массивного тела – разрез. Максимум силы притяжения – на его поверхности. В центре – нулевая гравитация. И массивное и пробное тело показаны в двухмерном пространстве  $XOY$ , третья координата – сила – не является пространственной координатой.

## Выводы

Метафору с прогибающейся резиновой мембраной следует признать недостаточно корректной демонстрацией возникновения силы гравитации вследствие искривления пространства-времени. Образующаяся в результате прогиба гравитационная воронка в модели *кажется* трёхмерным пространственным объектом. Однако такое изображение, рисунок вводит читателя в заблуждение. Создаётся впечатление, что по изображённой изогнутой поверхности могут *скатываться* мелкие тела. На самом деле эта воронка является *двухмерным* графиком силы, а по графику ничто скатываться не может. Вся конструкция с резиновой мембраной является объектом в *двухмерном* пространстве.

Если задаться вопросом, что же именно тянет тела при скатывании, можно сразу же обнаружить противоречие: сила

гравитации объясняется силой гравитации, что является тавтологией. При мысленном повороте рисунка, приведении оси силы в горизонтальное положение в дополнение к гравитационному объяснению гравитации можно обнаружить ещё и странность в пространственной трактовке этой оси.

Отсутствие обозначений осей на иллюстрациях с резиновым листом также вводит читателя в заблуждение. Несомненно, что специалисты в области теории относительности знают о действительной сущности гравитационной воронки, о том, что вся метафора является *двухмерным* пространством, а то, что выглядит как третье пространственное измерение, на самом деле является *вспомогательной* осью, осью силы, искривления пространства. Сама воронка, таким образом, не является *трёхмерной* пространственной фигурой, трёхмерным объектом. Это "гравитационный прогиб" под *двухмерным* пространством, плоскостью. Наличие координатных осей могло бы снизить возможность заблуждений.

Наличие метрических насечек на координатных осях плоского двухмерного пространства могло бы поднять вопрос о величине силы, изображённой в виде воронки. При любой трактовке гравитационных сил в центре массивного тела, к которому относится эта воронка, кроме сингулярности, сила гравитации должна быть равна нулю.

Вычисления показали, что при *векторном* подходе к гравитационному потенциалу его величина в любой точке неограниченного или в центре симметричного пространства равна нулю. Следовательно, рассматривать гравитационную воронку как воронку гравитационного потенциала можно лишь с целым рядом оговорок. В общем симметричном случае, случае сферических тел гравитационный потенциал в их центре всегда равен нулю.

## Ссылки

1. Tom Van Flandern, The Speed of Gravity – What the Experiments Say. URL: <http://www.ldolphin.org/vanFlandern/gravityspeed.html>
2. Гравитация (рассказывает физик Марцис Аузиньш), научно-популярный фильм на основе радиопередачи цикла "Природа

вещей" на латвийском "Радио-4", URL:

<https://www.youtube.com/watch?v=xyfYVH1eOnc>

3. Путенихин П.В., Динамические диаграммы Минковского: обмен световыми сигналами (анимация), URL:

[http://samlib.ru/p/putenihin\\_p\\_w/ddm-light.shtml](http://samlib.ru/p/putenihin_p_w/ddm-light.shtml)

[http://samlib.ru/img/p/putenihin\\_p\\_w/ddm-light/anim01.gif](http://samlib.ru/img/p/putenihin_p_w/ddm-light/anim01.gif)

[http://samlib.ru/img/p/putenihin\\_p\\_w/singular/singular-23.gif](http://samlib.ru/img/p/putenihin_p_w/singular/singular-23.gif)

4. Адрес статьи в интернете:

[http://lit.lib.ru/img/p/putenihin\\_p\\_w/fland44/fland43.pdf](http://lit.lib.ru/img/p/putenihin_p_w/fland44/fland43.pdf)