# Анализ статьи Вильшанского "О причине гравитации..." П.В.Путенихин

Оглавление	
Аннотация	1
Предисловие	2
Описание модели гравитонного приталкивания	4
1. Воздействие гравитонов на пробное тело	8
Притяжение экрана в законе Ньютона	11
2. Поглощение частиц телом шарообразной формы	16
Как выглядит корректная модель приталкивания	32
Относительная сила для закона Ньютона	40
Относительная сила в модели приталкивания	42
3. О реальности модели	54
Заключение	57
ПРИЛОЖЕНИЯ	59
П1. О законе обратных квадратов	59
П2. Определение гравитационного радиуса	60
ПЗ. Площадь поверхности конуса	64
П4. Численное интегрирование	65
Литература	67

## Аннотация

Проведён анализ статьи А. Вильшанского "О возможной причине гравитации и следствиях из неё". В этой статье изложена гравитонная гипотеза возникновения сил гравитационного притяжения тел, как следствие их приталкивания друг к другу частицами, гравитонами, свободно движущимися в окружающем пространстве. Гравитационное притяжение в гипотезе признано кажущимся, иллюзией. Гипотеза во многом является копией гипотезы Лесажа. Научной, физической ценности гипотеза не представляет ввиду ошибочности.

Analysis of Vilshansky's article "On the Cause of Gravity...". An analysis of the article by A. Vilshansky "On the possible cause of gravity and its consequences" was carried out. This article outlines the graviton hypothesis of the emergence of forces of gravitational attraction of bodies, as a result of their pushing, nudging towards each other by particles, gravitons, freely moving in the surrounding space. The gravitational attraction in the hypothesis is recognized as seeming, an illusion. The hypothesis is in many ways a copy of Le Sage's. The hypothesis has no scientific, physical value due to its fallacy.

## Предисловие

В анализируемой статье рассмотрена так называемая гравитонная гипотеза, являющаяся, по сути, дублем, реинкарнацией гипотезы Лесажа [3, с.59], [4, с.10]. Суть гипотезы состоит в том, что *притяжение* массивных тел друг к другу – это кажущееся явление. Утверждается, что на самом деле каждое тело просто *приталкивается* к другому вследствие того, что это другое тело создаёт своеобразную тень от частиц, гравитонов, которые при его отсутствии уравновешивали бы действие гравитонов с другой стороны притягиваемого, так называемого, пробного тела. Тем самым отвергаются теория относительности Эйнштейна и закон Всемирного тяготения Ньютона, поскольку они более не нужны для объяснения явления "тяготения". Утверждается, что расчёты по уравнениям гипотезы "приталкивания" полностью совпадают с расчётами по теории Ньютона и, следовательно, по общей теории относительности.

В основу изложенной в анализируемой статье гипотезы "приталкивания" положена специфическая модель окружающего мира. В общих чертах сущность гипотезы изложена в первом разделе статьи – Модель. Принято, что всё мировое пространство, Вселенная заполнена частицами, обладающими высокой проникающей способностью, то есть, слабо взаимодействующими с веществом. В результате такого взаимодействия частицы отдают веществу малую часть своего импульса. В статье эти частицы названы гравитонами, но не уточняется, являются ли они аналогами гравитонов в традиционном понимании Стандартной модели элементарных частиц, общей теории относительности или струнной теории.

"Мы предполагаем, что гравитоны обладают исключительно высокой проникающей способностью и слабо взаимодействуют с веществом, то есть отдают частицам вещества очень небольшую часть своего импульса" [1, с.1]. Под действием этих импульсов тела *приталкиваются* друг к другу, что создаёт иллюзию их гравитационного притяжения. Подчёркивается, что приталкивающее действие оказывают только гравитоны, *попадающие* в пробное тело. Остальные пролетают мимо него. Если рядом с пробным телом нет "притягивающего" тела, то суммарный импульс, переданный пробному телу всеми попавшими в него гравитонами, равен нулю. Напротив, если рядом с пробным телом находится другое тело, то это тело *экранирует* поток гравитонов, загораживает пробное тело от гравитонов в пределах некоторого пространственного угла. В результате суммарный импульс в этом углу уже не компенсируется, и пробное тело получает некоторый импульс в направлении этого затеняющего тела.



Рис.1. Фрагмент, компиляция рисунка "Fig.2. Экранирование потока гравитонов массивным телом" из статьи [1, с.3].

Сразу же отметим, что в этой модели сила приталкивания пробного тела не рассматривается и не анализируется ни его масса, ни его состав, хотя гравитоны определённо с этим телом взаимодействуют: "Те гравитоны, которые попадают в пробное тело, передают ему часть своего импульса. ... Величина воздействия на пробное тело (сила), будет зависеть от степени поглощения гравитонов массивным телом. Эта сила прямо пропорциональна величине пространственного угла UAV, который в свою очередь обратно пропорционален квадрату расстояния" [1, с.1-2].

Сферический угол UAV – это конический угол с вершиной А в центре пробного тела. И здесь мы сразу же отметим, скажем так, неточность в логике. При внимательном рассмотрении можно обнаружить, что этот угол не пропорционален обратному квадрату удалённости г массивного тела от пробного тела [приложение П1].

#### Описание модели гравитонного приталкивания

Для описания модели гравитонного взаимодействия пробного и массивного тел в статье приведён в качестве расчётного рисунок Fig.3, фрагмент которого в слегка модифицированном виде представлен здесь на рис.2. Массивное тело, экранирующее поток гравитонов, затеняющее его изображено в виде шара радиуса R. Схема дополнена условным своеобразным "зонтиком", дугой UV. Радиус "зонтика", длина его "ручки" обозначена символом г и равна удвоенному радиусу R сферы массивного тела плюс расстояние h пробного тела от поверхности сферы.

Строго говоря, в анализируемой статье нет чёткого, явного указания, что именно следует считать расстоянием между пробным и притягивающим телами. В статье рассматривается некий условный, относительный коэффициент k, равный отношению суммы радиуса сферы R и удалённости h пробного тела к радиусу R

$$k = \frac{R+h}{R} = 1 + \frac{h}{R} \qquad (1.1)$$



Рис.2. Фрагмент рисунка "Fig.3. Ослабление потока гравитонов" из статьи [1, с.4].

Из чего можно предположить, что метрическим, реальным расстоянием между "притягивающимся" объектами является расстояние между их центрами, отрезок R+h

$$R_r = R \cdot k = R \cdot \left(1 + \frac{h}{R}\right) = R + h$$

Полученное в статье результирующее уравнение для определения силы *кажущегося* гравитационного притяжения имеет довольно замысловатый вид, то есть, не очевидно его визуальное сходство с законом всемирного тяготения Ньютона. Кроме того, уравнение содержит величины, значение которых не определено, поэтому автор предложил использовать относительную величину сил взаимодействия тел (6). Окончательно это уравнение представлено в следующем развёрнутом виде

$$\overline{F_A}(k) = \frac{\int_{\alpha_{\rm min}}^{\alpha_{\rm min}(k)} \left( \int_{0}^{b(k,\alpha)} \delta \cdot db \right) \sin 2\alpha \cdot d\alpha}{\int_{0}^{\alpha_{\rm min}(2)} \left( \int_{0}^{b(2,\alpha)} \delta \cdot db \right) \sin 2\alpha \cdot d\alpha}$$
(1.0)

В приложении Appendix это уравнение имеет номер (7), а номер (1) присвоен другому уравнению. Поэтому для исключения разночтений мы изменили оригинальный номер этого уравнения на (1.0) здесь и в первой ссылке на него. Для объявленного сравнения, сопоставления такое же отношение, очевидно, должно быть сформулировано и для закона всемирного тяготения Ньютона. При таком подходе в уравнениях вида (6) сокращаются, исчезают ньютонова гравитационная постоянная G и неопределённые в исследуемой статье параметры, произведение которых, по всей видимости, можно рассматривать как своеобразный аналог гравитационной постоянной: плотность гравитонного потока Вселенной п и коэффициент пропорциональности *а*.

Параметры h, R и угол  $\alpha$  представлены на нашем рис.2 (Fig.3 в статье и Fig.4 – в приложении к ней). Угол  $\alpha_{max}$  – это максимальное значение угла  $\alpha$ , равный, половине угла UAV, половине угла гравитонного "зонтика". Переменная величина, параметр b – это отрезок BD на рис.2 (Fig.3 и Fig.4). Длина этого отрезка – это путь каждого отдельного гравитона *внутри* массивного тела. Особо отметим вновь введённый параметр  $\delta$ , который изначально описан как *плотность* поглощающего, массивного тела в произвольной точке

"δ – плотность поглощающего тела в произвольной точке. ... В общем случае тело (шар), поглощающее гравитоны, может иметь переменную вдоль радиуса плотность" [1, с.4-5].

Однако далее, в приложении приводится уже иное определение этого параметра

"Введем понятие "коэффициент поглощения экрана"  $\delta$ ;  $\delta$  – доля проходящих через экран гравитонов, которая поглощается экраном единичного объема (единичной площади и единичной толщины)  $0 \le \delta \le 1$ . При  $\delta = 1$  происходит полное поглощение гравитонов экраном единичной толщины. При  $\delta = 0$  экран полностью проницаем для гравитонов. В общем случае величина *б* переменная вдоль толщины элементарной площадки" [1].

В связи с этим, возникает неизбежный, естественный вопрос: а сколько гравитонов поглощает экран *половинной* толщины? И чему она равна, эта *единичная* толщина? Отмеченная двойственность этого определения ведёт к неизбежной двусмысленности вычислений, вносит в них неопределённость. Кроме того повторим, что нигде в тексте не упоминается и ни в одном уравнении не встречается масса пробного тела и его состав. Что собой представляет пробное тело с параметром δ, равным нулю, и, следовательно, не подверженное явлению приталкивания?

Заметим, что *переопределение* смысла параметра δ никак не комментируется. Кроме того, указанный диапазон значений этого параметра δ в смысле плотности явно не соответствует ни одному из существующих веществ. То есть, первое определение его как плотности вещества, видимо, отменяется.

Заметим, что новое, изменённое определение  $\delta$  как коэффициента поглощения негласно означает рассмотрение двух вариантов столкновения. Первый – это *абсолютно* неупругое столкновение, с *полным* поглощением гравитонов, когда отмеченный слой единичной толщины полностью поглощает, не пропускает их через себя, или с *частичным*, с поглощением части гравитонов. Второй – это столкновение с полным отсутствием взаимодействия, то есть, все гравитоны беспрепятственно проходят через массивное тело. При неупругом или абсолютно неупругом взаимодействии вместе с импульсом телу передаётся и кинетическая энергия [2], приводящая к его нагреву. Считается, что за короткое время тело должно разогреться до бесконечно большой температуры [4, с.56, с.57]. Вариант упругого или абсолютно упругого взаимодействия, когда гравитоны отскакивают от массивного тела, формально исключён из рассмотрения.

Следующие утверждения выделены в статье жирным шрифтом, что означает, очевидно, их важность

"Численное интегрирование вышеуказанной формулы приводит к результатам, полностью совпадающим с результатами расчета по классической формуле закона всемирного тяготения Ньютона. ... Расчет показал, что сила воздействия на пробное тело некоторой массы будет одной и той же для любого распределения плотности по радиусу" [1, с.4-5].

Завершается основная часть статьи кратким анализом адекватности предложенной модели и выводами, после чего в приложении (Appendix) приводятся детальные выкладки, обосновывающие модель приталкивания.

#### 1. Воздействие гравитонов на пробное тело

Рассмотрены два варианта, примера возникновения сил приталкивания. В первом варианте рассмотрено приталкивание, вызванное экраном – тонкостенной сферической оболочкой, "зонтиком", создающим гравитонную "тень" для пробного тела. Схема иллюстрируется рисунком Fig.2. У нас этот рисунок рис.3 приведён в немного скорректированном виде для большей наглядности.



Рис.3. Рисунок (коррекция) "Fig.2. Воздействие гравитонов, проходящих через элементарные площадки..." из [1]

На некотором удалении от пробного тела устанавливает-ся экран

"На этом экране выделим площадку малой площади dS. Пусть толщина площадки равна b, а сама площадка расположена под некоторым углом  $\alpha$  к оси ОА" [1].

Далее приводится новое определение, переопределение параметра  $\delta$  как коэффициента поглощения, которое мы отметили выше. Ось ОА на оригинальном рисунке не показана – на рисунке отсутствует точка О. Ось эта проходит вертикально через пробное тело А, поэтому догадываемся, что эта точка находится в центре *экрана*, где мы её и показываем на нашем рисунке. Рассматриваются две симметричные площадки dS = dS' на поверхности сферы радиуса г [1].

"Пусть на площадку dS попадает  $n_S$  гравитонов, причем

$$n_s = \frac{n}{r^2} dS \qquad (1.2)$$

Здесь и далее некоторым оригинальным уравнениям для ссылок на них мы присвоили наши номера. Отметим эту запись (1.2) как математически некорректную. Справа мы видим дифференциал, а слева – конечную величину. Дифференциал по определению – величина бесконечно малая, буквально, равная нулю. Запись должна иметь иной вид, а именно

$$dn_s = \frac{n}{r^2} dS$$

Корректность её легко проверить. Проинтегрируем

$$\int_{0}^{N} dn_{S} = \int_{0}^{4\pi r^{2}} \frac{n}{r^{2}} dS$$

Заметим, что такое же интегрирование выражения (1.2) не имеет математического смысла. Поясним смысл пределов интегрирования в исправленном выражении. Величина dn<sub>S</sub> имеет минимальное значение – ноль, а максимальное интегральное – это весь Вселенский поток гравитонов через пробное тело, величину которого мы обозначили через N. Пределы правого интеграла также очевидны: минимальное значение dS равно нулю, а максимальное, интегральное равно полной поверхности сферы радиуса г. Вычисляем интеграл

$$\int_{0}^{N} dn_{s} = n_{s} \left| \begin{matrix} N \\ 0 \end{matrix} \right|_{0}^{4\pi r^{2}} \frac{n}{r^{2}} dS = \frac{n}{r^{2}} \times S \left| \begin{matrix} 4\pi r^{2} \\ 0 \end{matrix} \right|_{0}^{4\pi r^{2}} \\ n_{s} \left| \begin{matrix} N \\ 0 \end{matrix} \right|_{0}^{2} = (N-0) = \frac{n}{r^{2}} \times S \left| \begin{matrix} 4\pi r^{2} \\ 0 \end{matrix} \right|_{0}^{2} = \frac{n}{r^{2}} \times (4\pi r^{2} - 0) \\ N = 4\pi n$$
 (1.3)

Смысл результата, равенства (1.3) очевиден: через пробное тело пролетает  $4\pi$ п гравитонов из их бесконечного Вселенского потока. Заметим, что *векторное* значение этого же интеграла по S даст нулевое значение, поскольку гравитоны из верхней полусферы, положительные должны компенсировать отрицательные гравитоны из нижней полусферы. Однако пока рассмотрим предложенные варианты обозначений.

"Часть гравитонов поглощается экраном. Обозначим эту величину как *dn*<sub>S</sub>

$$dn_{S} = n_{S} \int_{0}^{b} \delta \cdot db = \left(\frac{n}{r^{2}} \int_{0}^{b} \delta \cdot db\right) dS$$

Таким образом, через экран пролетит  $n_S - dn_S$  гравитонов. Воздействуя на пробное тело, эти гравитоны создадут в направлении оси ОА силу

 $a(n_s - dn_s)\cos\alpha$  (1.5),

где а - коэффициент пропорциональности" [1].

Давление в направлении OA – это давление на пробное тело со стороны экрана. На противоположной стороне через симметричную площадку dS' гравитоны проходят полностью, без поглощения, поэтому такое же их количество n<sub>S</sub> создаёт проекцию силы давления во встречном направлении AO, от пробного тела к экрану, равную

$$a \cdot n_s \cdot \cos \alpha$$
 (1.6)

Далее без внятных пояснений утверждается, что результирующая сила, направленная от пробного тела к экрану, равна

$$df_A = a\cos\alpha \cdot dn_s \qquad (1.7)$$

Величину количества гравитонов в уравнении (1.6) следовало бы обозначить иначе, со штрихом –  $n_{S'}$ , однако это не принципиально ввиду равенства  $n_S$  и  $n_{S'}$ . Тогда происхождение

уравнения (1.7) становится более определённым. Разница гравитонных потоков сверху и снизу и создают силу приталкивания:

 $df_A = a \cdot n_{S'} \cdot \cos\alpha - a(n_S - dn_S) \cos\alpha = a \cos\alpha \cdot dn_S$ 

В среднем выражении, между двумя знаками равенства, слева – сила приталкивания (1.6) пробного тел к экрану, справа – сила его отталкивания (1.5) от экрана гравитонами, прошедшими через экран. Порядок сил в уравнении выбран таким, чтобы результат был положительным. Как видим, уравнение (1.7) в статье сформулировано корректно. Интегрирование дифференциала этой силы (1.7) по всей площади S экрана даёт полную силу приталкивания к нему пробного тела.

$$F_A(r) = \int_{S} df_A = \frac{an}{r^2} \int_{S} \left( \int_{0}^{b} \delta \cdot db \right) \cos \alpha \cdot dS \qquad (1)$$

После представления относительного уравнения (1) заявлено, что это уравнение проверено путём численного интегрирования. Отметим, что номера уравнений без точек – оригинальные. Однако возникает резонное возражение. Из того, что, согласно вычислениям, которые в статье не приведены, отношение сил приталкивания (1) совпало с отношением сил по закону всемирного тяготения, прямо не следует совпадение *самих соотносимых сил*.

#### Притяжение экрана в законе Ньютона

Для того чтобы прийти к декларированному выводу о совпадении решения (1) с решением по уравнению закона Ньютона, следует вычислить по закону Ньютона такую же силу при этих же условиях. Обратимся к рис.3. Согласно закону Ньютона, сила, действующая на пробное тело А, состоит из суммы сил притяжения от всех массивных элементарных участков dS экрана:

$$df_H = G \cdot \frac{m \cdot dM_s}{r^2} \qquad (1.8)$$

Раскроем дифференциал массы dM<sub>S</sub>

$$df_{H} = G \cdot m \cdot \frac{dS \cdot b \cdot \rho}{r^{2}} \qquad (1.9)$$

Здесь через р мы обозначили плотность вещества экрана, поскольку в законе Ньютона никакого коэффициента поглощения гравитонов нет. Как и в уравнении (1) b – это толщина экрана. Считаем, что плотность вещества однородна как по толщине экрана, так и по его поверхности. Поскольку все площадки dS расположены под углом к оси AO, в результирующую силу они входят как проекции на эту ось. Поэтому полная сила равна

$$F_H(r) = \int_{S} df_H = \int_{S} G \cdot m \cdot \frac{dS \cdot b \cdot \rho}{r^2} \cdot \cos\alpha \qquad (1.10)$$

Как и в (1) выносим константы за знак интеграла

$$F_{H}(r) = \frac{G \cdot m}{r^{2}} \int_{S} \rho \cdot b \cdot \cos \alpha \cdot dS = \qquad (1.11)$$

Для сопоставимости в уравнении также принимаем неизменными δ и b, и выносим их за знак интеграла.

$$F_A(r) = \frac{an}{r^2} \int_{S} \delta \cdot b \cdot \cos \alpha \cdot dS$$

Сравним эти два уравнения – закона приталкивания и закона всемирного тяготения

$$F_A(r) = \frac{an \cdot \delta \cdot b}{r^2} \int_{S} \cos \alpha \cdot dS$$
$$F_H(R) = \frac{G \cdot m \cdot \rho \cdot b}{r^2} \int_{S} \cos \alpha \cdot dS$$

Видим, что в написании эти два уравнения тождественны. Следовательно, на первый взгляд, это можно так и трактовать: оба уравнения дают один и тот же результат. Разницу множителей перед интегралами мы имеем полное право нивелировать параметром *a* в верхнем уравнении. Очевидно, что для всех *разных* расстояний г и всех *разных* материалов сферических экранов эти две силы обязаны быть равными. То есть

$$F_A(r) = \frac{an \cdot \delta \cdot b \cdot}{r^2} \int_{S} \cos \alpha \cdot dS = F_H(r) = \frac{G \cdot m \cdot \rho \cdot b \cdot}{r^2} \int_{S} \cos \alpha \cdot dS$$

Сокращаем равные величины. Следует пояснить, почему мы признали равными интегралы в этом уравнении. Собственно говоря, это очевидно. Мы интегрируем по всей поверхности *экрана* как в гравитонной модели, так и в законе Ньютона. Каж-

дой элементарной площадке в интеграле соответствует один и тот же угол α как в одном, так и в другом интеграле.

$$\frac{a \cdot n \cdot \delta}{r^2} = \frac{\mathbf{G} \cdot \mathbf{m} \cdot \rho}{r^2} \rightarrow a \cdot n \cdot \delta = \mathbf{G} \cdot \mathbf{m} \cdot \rho$$

И здесь уже мы видим неустранимое противоречие. Обеспечить справедливость этого равенства для разных значений б и р невозможно. Даже возможность признать, что это одна и та же плотность вещества экрана в двух моделях, проблему не только не устраняет, но и вряд ли возможна. Запишем уравнение в единственно возможном виде как функцию

$$\delta(m) = \frac{G \cdot \rho}{a \cdot n} \cdot m \qquad (1.12)$$

В этой функции все параметры, кроме m, – константы. Масса m не определена, поэтому мы можем придать ей любые значения, поскольку иначе невозможно записать уравнение Ньютона. Получается, что гравитонное уравнение зависит от массы этого пробного тела.

Свойства пробного тела в статье нигде не описаны и даже не упоминаются. А ведь именно эти свойства и определяют силу приталкивания его к экранирующим телам. Очевидно, это тот самый недостающий сомножитель во всех "приталкивающих" уравнениях статьи, эквивалент массы второго, малого тела в законе Ньютона.

Независимо от "прозрачности" для гравитонов массивного экранирующего тела, сила приталкивания к нему пробного тела определяется "прозрачностью" именно этого пробного тела. Сколько бы гравитонов, задержанных массивным экранирующим телом, не создали встречный, некомпенсированный поток гравитонов, достигших пробного тела с противоположной стороны, сила приталкивания определяется исключительно прозрачностью для них пробного тела. Например, нейтрон имеет наибольшую плотность среди всех известных точечных объектов, если вспомнить о массе нейтронной звезды. В роли пробного тела он, очевидно, будет испытывать наибольшую возможную силу приталкивания, поскольку задержит, видимо, все попавшие в него гравитоны. Напротив, некая неизвестная частица с меньшей плотностью имеет и меньшее значение δ в смысле коэффициента поглощения, поэтому и меньшее значение силы приталкивания.

Если в рассмотренной схеме эксперимента рис.3 просто изменить массу пробного тела в (1.12), то в законе приталкивания неизбежно придётся изменить свойства экрана  $\delta$ . Именно этот параметр, поскольку все параметры, собранные в дроби – константы и изменению не подлежат. Уравнение (1.12) прямо говорит, что значение  $\delta$  является *функцией* от массы пробного тела, величины *неизвестной* в модели гравитационного приталкивания.

Отметим, что эти наши рассуждения выявляют *математическую* проблему рассмотренной гипотезы о приталкивании. Однако у этой гипотезы есть и другая проблема – противоречивая физика, противоречивая логика.

Понятно, что мы не можем ограничиться заявлением, будто просто не верим голословному утверждению о наличии упоминаемых в статье *подтверждающих* расчётов. Этого мало. Как указано в статье, при значении параметра  $\delta = 1$  происходит *полное* поглощение гравитонов экраном *единичной* толщины. Согласно утверждению гравитонной гипотезы, все гравитоны из гравитонного потока были задержаны первой оболочкой, "зонтиком" единичной толщины, например, как показано на рис.4. В ней это сформулировано чётко, однозначно, недвусмысленно:

"... полное поглощение гравитонов экраном единичной толщины" [1].

Буквально это следует трактовать как *независимость* силы притяжения, приталкивания от толщины экрана. Экран, "зонтик" с некоторым радиусом Rr "притягивает" пробное тело независимо от того, что находится внутри этого экрана единичной толщины, например, как показано на том же рис.4. То есть, экран в 1000 *единиц* толщины и, соответственно, в 1000 раз большей массы, притягивает пробное тело с той же силой, что и единичный, поскольку предыдущий, внешний слой экрана единичной толщины уже полностью поглотил гравитоны и далее поглощать попросту нечего. Другими словами, любой дополнительный слой, *дополнительный* "зонтик" какой угодно массы уже не меняет силы притяжения, приталкивания. Понятно, что согласно закону Ньютона такой независимости быть не может. Кроме того отметим и ещё одно противоречие гравитонной гипотезы. На рис.4 приведена схема для сравнения притяжения по закону Всемирного тяготения Ньютона с законом гравитонного приталкивания. Сравнение вновь демонстрирует отмеченные у этой гипотезы противоречивые логику и физику.

Согласно гравитонной гипотезе пробное тело приталкивается или притягивается под действием экрана, тонкостенной оболочки, "зонтика" с внешним радиусом Rr, входящим во все уравнения гипотезы, с некоторой толщиной экрана. Можно допустить, что силы притяжения пробного тела и экрана при сравнительных вычислениях дадут совпадающие результаты.

Однако это совпадение возможно лишь при довольно специфических условиях. Сила притяжения по закону Ньютона определяется для *дистанции* между оболочкой и пробным телом, дистанции существенно иной, нежели для гравитонной гипотезы. То есть, в уравнениях "обратных квадратов" теории Ньютона и гравитонной гипотезы эти дистанции, радиусы г – *разные*. Кстати, это означает, что сокращение радиусов в (1.12) является ошибкой – это разные радиусы.



Рис.4. Сравнение силы притяжения по Ньютону с приталкивающей силой по гипотезе гравитонного приталкивания

Мы не будем приводить вычислений, а просто логически оценим соотношение параметров уравнений. Полная масса оболочки, экрана на рис.4 имеет центр тяжести в точке От. Но в уравнение Ньютона для определения силы должен быть включён другой радиус, Од – гравитационный радиус, который по определению меньше радиуса центра тяжести и, тем более, внешнего радиуса оболочки [приложение П2].

Очевидно, что для одного и того же внешнего радиуса экрана и разной его толщине в двух гравитационных уравнениях будут записаны *разные* радиусы. Буквально, это следует формулировать так: сила притяжения пробного тела к экрану по закону Ньютона при расстоянии между ними Rg, равно силе притяжения по гравитационной гипотезе при расстоянии между телам Rr. Чтобы эти две силы совпали, можно просто задать соответствующие значения параметра  $\delta$  и параметра *a*. Но в этом *подогнанном* случае, радиус в уравнении Ньютона всегда и неизбежно будет *меньше*, чем радиус экрана, гравитонного зонтика.

В этих примерах мы не приводили никаких уравнений, просто строго *логически* анализируя гравитонную гипотезу. Результат получен однозначный: гравитонная гипотеза приталкивания в самых очевидных случаях приводит к результатам, не совпадающим с законом всемирного тяготения Ньютона, да и просто нелогична.

## 2. Поглощение частиц телом шарообразной формы

Помимо эффекта приталкивания пробного тела к тонкой сферической оболочке, экрану, в приложении к статье рассмотрен и ещё один вариант – приталкивание пробного тела к массивному телу сферической формы. Схема рассмотрена на рисунках Fig.4 и Fig.5 в статье, которые мы объединили, скомпилировали в наш рисунок рис.5. Эту компиляцию мы сделали по двум причинам. Во-первых, рисунки Fig.4 и Fig.5 мало отличаются друг от друга и, во-вторых, они выполнены несколько небрежно: дуга радиуса г не выглядит таковой. Дугу на рис.5 мы исправили.

"Рассмотрим экран в виде шара радиуса R. Пробное тело А расположено на расстоянии h от его поверхности (Fig.4)" [1].



Рис.5. Фрагмент (компиляция) рисунков Fig.4 и Fig.5 из [1] "К выводу формулы для силы воздействия"

"Пусть гравитоны летят к пробному телу А вдоль некоторой прямой ЕА. Тогда толщина экранирующего слоя в этом направлении равна *b* = *BD*. Из геометрических соображений

$$b = 2R\sqrt{R^2 - (R+h)^2 \sin^2 \alpha}$$
 (2.1)

Обозначим

$$k = 1 + \frac{h}{R}$$

Таким образом

$$b(k,a) = 2R\sqrt{1-k^2\sin^2\alpha}$$
 (2)" [1]

Видим, что в исходном уравнении (2.1) присутствует лишний множитель перед корнем – R. Эта ошибка исправлена в статье в следующем уравнении (2). Вместе с тем, отметим очевидное противоречие: в записи уравнения (2) параметр b объявлен как функция от k и *a* – некоторого декларированного изначально коэффициента пропорциональности. Однако уравнение

(2) не содержит этого параметра. Будем считать, что это просто опечатка. Уравнение (2) должно быть записано иначе, как функция от α, причём только от неё

$$b(\alpha) = 2R\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \alpha} \qquad (2.2)$$

Зависимость функции  $b(\alpha)$  от k в этом уравнении мы убрали, поскольку в описываемых условиях в этой функции величина k является константой.

"В случае, когда экранирующее тело имеет симметричную относительно оси ОА форму, можно рассматривать элементарную площадку dS в виде шарового слоя радиуса r, образованного углом  $d\alpha$  (Fig.6)." [1].

Обратимся к рисунку Fig.7, детально описывающему эту ситуацию. У нас этот рисунок обозначен как рис.6, на который с рисунка Fig.6 мы схематично нанесли сферическое массивное тело. Сам рисунок Fig.6 для справки мы показали на нашем рисунке как вставку. Отметим, что название "шаровой слой" неверное, поскольку речь идёт не об *объёме*, а о некоторой части *поверхности* сферы, площадке. На самом деле следует говорить о сферическом, криволинейном *кольце* дифференциальной шириной BC.



Рис.6. Рисунок "Fig.7. Высота шарового слоя" из статьи [1].

В описании исходного рисунка Fig.7 [1] говорится

"Площадь шарового слоя определяется соотношением  $dS = 2\pi \cdot r \cdot dl$  (2.3)

где dl - высота шарового слоя. В свою очередь

 $dl \approx r \cdot d\alpha$  (2.4)

На рисунке Fig.7 в статье видим, что угол da образован радиусами визуально *разной* длины. Считая это обычной геометрической погрешностью, небрежностью, исправим рисунок. Оригинальный рисунок Fig.7 для сопоставления мы оставили на нашем исправленном рисунке в полутоновом, фоновом виде. Сразу же замечаем, что отрезок dl = BD, согласно (2.4), явно не равен даже приблизительно  $r \cdot da = BC$ . Для справки мы показали на рисунке также и отрезок b, введённый в рассмотрение на рисунках Fig.4 и Fig.5 и нашем рис.5. Тем не менее, несмотря на то, что эти выкладки довольно спорны, результат получен верный

$$dS = 2\pi r^2 \sin \alpha \cdot d\alpha \qquad (3)$$

Далее делается подстановка и упрощающие преобразования. Однако замечаем, что уравнение (1) было составлено для массивного тела в виде тонкого *экрана*, "зонтика". Никаких пояснений, обоснования корректности такой спорной подстановки теперь уже для *сферического* тела в статье не приведено [1]:

"Подставляя (3) в (1) определим силу *F*<sub>A</sub> для экрана, образованного шарообразным телом

$$F_A(k) = \pi n a \int_0^{\alpha_{\text{max}}(k)} \left( \int_0^{b(k,\alpha)} \delta \cdot db \right) \sin 2\alpha \cdot d\alpha \qquad (4)$$

где

*b* - определяется из (2)

 $\alpha_{\max}(k)$  – угол между осью АО и касательной к поверхности шарообразного тела (Fig.6).

Из геометрических соображений

$$\alpha_{\max}(k) = \arcsin\frac{1}{k} \qquad (5)$$

Уравнение (4) следует рассматривать как эквивалент ньютонова закона всемирного тяготения. Поскольку уравнение содержит не заданные явно параметры, в статье предложен специфический способ сопоставления через относительную силу "Для того, чтобы не зависеть от величин *a* и *n*, мы будем рассматривать "относительную" силу...

$$\overline{F_A(k)} = \frac{F_A(k)}{F_A(2)} \tag{6}$$

то есть как отношение силы, действующей на пробное тело на произвольном расстоянии k от экранирующего шара, к силе, действующей на пробное тело, расположенное на расстоянии h = R от его поверхности (k = 2)" [1].

После подстановки соответствующих уравнений соотношение (6) приобретает вид

$$\overline{F_A(k)} = \frac{\int_{0}^{\alpha_{\text{max}}^{(k)} \binom{b(k,\alpha)}{\int_{0}^{\delta} \delta \cdot db} \sin 2\alpha \cdot d\alpha}{\int_{0}^{\alpha_{\text{max}}^{(2)} \binom{b(2,\alpha)}{\int_{0}^{\delta} \delta \cdot db} \sin 2\alpha \cdot d\alpha}$$
(7)

В заключение рассмотрен частный случай однородного шара, плотность которого  $\delta$  = const. Исходя из этого, внутренние интегралы в (7) преобразуются согласно уравнению

$$\int_{0}^{b} \delta \cdot db = \delta \int_{0}^{b} db = b\delta = 2R\delta\sqrt{1 - k^{2}\sin^{2}\alpha}$$
(2.5)

В результате преобразований получено окончательное уравнение предложенной гравитонной модели

$$\overline{F_A(k)} = \frac{\int_{0}^{\alpha_{\max}(k)} \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \alpha} \cdot \sin 2\alpha \cdot d\alpha}{\int_{0}^{\alpha_{\max}(2)} \sqrt{1 - 4 \sin^2 \alpha} \cdot \sin 2\alpha \cdot d\alpha}$$
(8)

Для анализа рассмотрим уравнение (4) в первичном виде, сразу после подстановки, до упрощающих преобразований

$$F_A(k) = \frac{an}{r^2} \int_0^{\alpha_{\rm max}(k)} \cos\alpha \cdot \left( \int_0^{b(k,\alpha)} \delta \cdot db \right) \cdot 2\pi r^2 \sin\alpha \cdot d\alpha \qquad (2.6)$$

Рассмотрим внешний интеграл без множителей перед ним. Последние сомножители, начиная с двойки – это дифференциал (3) *площади* основания конуса с вершиной в А и углом при вершине α<sub>max</sub>. Произведение площади на линейную величину – это объём. Произведение объёма на плотность вещества – это масса. Следовательно, сам интеграл является массой, а подынтегральная функция без cos(α) – дифференциалом массы. Поскольку в задаче есть только одно массивное тело – сферическое, этот дифференциал является дифференциалом *массы* этого сферического массивного тела.

 $dM(\alpha) = \cos\alpha \cdot dM$  $M(\alpha) = \int_{\alpha} \cos\alpha \cdot \left(\int_{0}^{b(\alpha)} \delta \cdot db\right) \cdot 2\pi r^{2} \sin\alpha \cdot d\alpha \qquad (2.7)$ 

Используем упрощающие преобразования (2.5). Уравнения примут иной вид. Верхним пределом интеграла мы указали выражение (2.2)

$$\int_{0}^{b(\alpha)} \delta \cdot db = \delta \int_{0}^{b(\alpha)} db = b\delta = 2R\delta\sqrt{1-k^2\sin^2\alpha}$$

Подставляем в (2.7) и получаем

$$M(\alpha) = \int_{\alpha} \cos\alpha \cdot 2R\delta \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \alpha} \cdot 2\pi r^2 \sin \alpha \cdot d\alpha \qquad (2.8)$$

Величина M(α) – это довольно отвлечённая величина, сумма всех элементарных масс сферы, умноженных на соответствующий им угол α. Рассмотрим её подробнее. Выносим константы за знак интеграла и группируем оставшиеся параметры в смысловые блоки

$$F_A(k) = 4R\delta \frac{an}{r^2} \int_{0}^{\alpha_{\rm max}} \cos \alpha \cdot b(\alpha) \cdot (\pi r \sin \alpha) \cdot r \cdot d\alpha$$

Возвращаем обозначение внутреннего интеграла по b и берём в условные скобки множители перед синусом. Один из сомножителей квадрата г переносим к дифференциалу α. Переписываем подынтегральную функцию с новыми значениями

$$F_{A}(k) = 4R\delta \frac{an}{r^{2}} \int_{0}^{\alpha_{\text{mx}}} \cos\alpha \cdot b(\alpha) \cdot L(\alpha) \cdot dR$$
$$F_{A}(k) = 4R\delta \frac{an}{r^{2}} \int_{0}^{\alpha_{\text{mx}}} \cos\alpha \cdot [b(\alpha) \cdot L(\alpha) \cdot dR]$$

Сомножители с синусом мы обозначили как длину "сферического слоя" L( $\alpha$ ). Величина L( $\alpha$ ), что видно в её обозначении, является функцией от  $\alpha$ , то есть для каждого угла она имеет соответствующее значение. Произведение г на d( $\alpha$ ) мы обозначили как дифференциал R. Физически эта величина является "толщиной" отрезков b( $\alpha$ ), образующих *предполагаемый* конус на сферическом слое. Эти три блока для наглядности мы взяли в квадратные скобки. Сразу же замечаем, что произведение является объёмом *предполагаемого* конуса для соответствующего угла  $\alpha$ . Вносим в интеграл  $\delta$  = const и получаем

$$F_A(k) = 4R \frac{an}{r^2} \int_V \cos\alpha \cdot \delta \cdot dV = 4R \frac{an}{r^2} \int_M \cos\alpha \cdot dM$$

На рисунке рис.7 приведены два варианта фрагмента оригинального рисунка Fig.5. На рис.7а прямоугольник, дифференциал dS<sub>b</sub> сечения отрезка b показан в том месте, где он находился на оригинальном рисунке Fig.6, рисунке несколько размытом, нечётком. Мы добавили к обозначению этого дифференциала индекс b, чтобы отличать его от dS – дифференциала шарового слоя. На рисунках Fig.6 и рис.7 мы замечаем, что отрезок b проходит *сквозь* массивное сферическое тело, для чего, очевидно, отрезок на Fig.6 показан *пунктирной* линией. Светлый прямоугольник, дифференциал изображён в точке входа траектории гравитона, в начальной точке отрезка b. Из этого, несомненно, и следует, что это сечение является дифференциальной "толщиной" этой траектории, отрезка b. Никакого иного смысла этому светлому прямоугольнику на поверхности шара придать невозможно.

Но на Fig.7 и рис.7b положение дифференциала, начального участка b рассматривается на поверхности экрана, смещённым в точку E как на рисунке Fig.5. На рис.7b показано следствие такого смещения. Принципиальная проблема заключается в том, что радиусом шарового слоя должен быть не EF =  $r \cdot sin\alpha$ , а иной – радиус должен находиться *внутри* сферы, то есть, радиусом должен быть отрезок DF', на котором находился дифференциал dS<sub>b</sub> изначально, как показано на рис.7a и Fig.6 (см. вставку на рис.6). Но при отмеченном смещении боковая образующая усечённого конуса b лишь частично оказывается внутри массив-

ного тела, сферы. Соответственно, усечённый конус, находящийся внутри массивного тела, сферы также оказывается уменьшенным, как показано на рис.7b. Напомним, конус, по предполагаемому мнению автора, образован дифференциалом dS шарового слоя и образующей, отрезком b.



Рис.7. Определение дифференциала конической поверхности в сферическом массивном теле. Фрагменты рисунка Fig.5 из статьи

Цветовой тонировкой на рис.7а показан обрезанный конус, который якобы описывается подынтегральной функцией (2.6). Именно для такого выделения, для такой визуализации мы и не стали делать преобразований и сокращений в этом уравнении (2.6). То, что дифференциал сечения формально, по смыслу сместился вниз, на поверхность экрана, "зонтика" в положение dS'<sub>b</sub> с радиусом 2R+h, стало очевидным уже в уравнении (2.3). Заметим, что недостающий синус – sin( $\alpha$ ) появился в нём после подстановки значения dl в уравнении (3). Это смещение дифференциала dS<sub>b</sub> мы и демонстрируем рисунком рис.7 и уравнением (2.6). Рассмотрим это уравнение ещё с одной точки зрения – подынтегральную функцию без cos(α)

$$dV(\alpha) = \left(\int_{0}^{b(\alpha)} db\right) \cdot 2\pi r^{2} \sin \alpha \cdot d\alpha =$$
  
=  $b(\alpha) \cdot 2\pi r \sin \alpha \cdot r \cdot d\alpha$  (2.9)

В уравнении (2.9) мы вынесли за знак интеграла, исключили  $\delta$ , приняв её равной единице. В нижней строке видим произведение трёх сомножителей: b – высота тонкостенного *цилиндра*;  $2\pi \cdot \sin \alpha$  и г·d $\alpha$ . Подчеркнём: именно *цилиндра*, а не *конуса*. Произведение высоты на тонкое кольцо – это объём *поверхности* тонкостенного *цилиндра*. Это прямо следует из размерности: произведение площади на интервал – это объём. В данном случае произведение тонкого кольца на тонкую линию даёт объём тонкостенного *цилиндра*.

В оригинале, очевидно, предполагалось, что это однозначно конус, конус обрезанный, который имеет *плоские* основание и верхнюю площадку, и длину b боковой образующей, равной внутреннему интегралу в (2.6), уравнению (2.5) при единичном значении δ. Если же б остаётся внутри интеграла (2.9) и не равна единице, то есть, является реальной *плотностью* материала пустотелого обрезанного конуса, то произведение рассматриваемое произведение является дифференциалом *массы* этой конической поверхности (2.8).

Ещё раз отметим это весьма интересное обстоятельство. Несомненно, уравнение (3) по мнению автора должно было означать площадь боковой поверхности обрезанного сверху *конуса, полностью* находящегося внутри *сферы* массивного тела, как показано на рис.7а. Однако смысл уравнения свидетельствует о другом. На рис.8b мы показали несколько *цилиндров*, описываемых для разных значений угла  $\alpha$  подынтегральной функцией (4) в её развёрнутом, до преобразований виде (2.6). Рисунок рис.8b построен на основании рис.8a.

Отметим, что рис.8а чрезвычайно насыщен линиями, что, видимо, затрудняет его понимание. Но смысл рисунка достаточно прост. В точку А, в пробное тело снизу идёт поток гравитонов с угловой плотностью n. На рисунке показаны траектории шести из этих гравитонов. Поясним смысл только трёх из них, находящихся внутри угла α. Каждый из этих трёх гравитонов проходит *свой* отрезок b, *полностью* находящийся *внутри* сферы, *внутри* массивного тела. Эти отрезки изображены красными штриховыми линиями.



Рис.8. Исследование подынтегральной функции (3) в статье

Рассмотрим траекторию одного из них – траекторию BD. Это точный путь b этого гравитона, который вошёл в некоторые рассмотренные выше уравнения, в том числе, формирующего значение коэффициента k. Площадь сечения отрезка b изображена площадкой dS<sub>b</sub>, помещённой в начало траектории, в точку D. Если бы вычисления были произведены правильно, то все гравитоны, прошедшие под этим же углом через сферу, образовали бы усечённый конус, верх и низ которого показаны эллипсами (кругами) в точках В и D. Однако, как мы видим в уравнениях (3), (4) и других, этот отрезок входит в произведения непосредственно, без учёта его наклона под углом α. Поэтому на рисунке рис.8а мы этот отрезок обязаны показать вертикальным: это синие штриховые линии для каждого для этих трёх гравитонов. Кроме того, начала этих линий теперь переносятся на линию дуги экрана. Это очевидно следует из уравнения (3): произведение радиуса экрана на синус угла траектории. Траектория рассматриваемого гравитона аналитически меняет своё положение из BD в B'D'. Соответственно, все траектории гравитонов также переносятся уравнением (3) из наклонного положения в вертикальное. Верхние кромки В<sub>і</sub> этих траекторий формируют

практически сферическую поверхность, отмеченную на рис.8а жёлтой тонировкой. Очевидно, что условная "масса" этой полусферы заметно больше массы массивного сферического тела. Заметим, что длины синих отрезков уменьшаются по отношению к красным, согласно соответствующему cos(α).

Помимо цилиндрических траекторий, возникает ещё одна проблема. Полусфера явно выходит за границы предельного угла  $\alpha_{max}$ , что видно на рис.9. Получается, что согласно тем же уравнениям, уравнению (3) в частности, гравитоны, *бомбардирующие* массивное сферическое тело радиуса R проходят при этом *мимо* него, вне максимального угла  $\alpha$ . Это абсурд: гравитоны проходят *сквозь* шар, но при этом всегда находятся *вне* этого шара.



Рис.9. Область гравитонов вне максимального угла

Теперь перейдём к определению боковой поверхности предполагаемого усечённого конуса BDF на рис.8а. Рассмотрим уравнение (1). Преобразуем его, приняв  $\delta = \text{const}$ 

$$F_A(r) = \frac{an}{r^2} \delta \int_{S} \cos\alpha \cdot \left( \int_{0}^{b} db \right) \cdot dS = \frac{an}{r^2} \delta \int_{S} b \cdot \cos\alpha \cdot dS$$

Перепишем кратко

$$F_A(r) = \frac{an}{r^2} \delta \int_S \cos \alpha \cdot b \cdot dS \qquad (2.10)$$

В этом уравнении хорошо видно теперь уже аналитическое описание цилиндров рис.8b. Иначе говоря, подынтегральная функция – это *объём* каждого дифференциального цилиндра рис.8b, правда, с некоторым "уменьшающим" коэффициентом – соs(α), близким к единице.

 $dV_{b} \approx \cos \alpha \cdot b \cdot dS$ 

Следовательно, это уравнение дает нам такие же цилиндры. Конечно, на самом деле это приблизительное значение, что мы отметили знаком "равно приблизительно". Неточность возникает вследствие наличия множителя  $\cos(\alpha)$ . Однако рассмотрим влияние этого множителя. Согласно уравнениям (1) и (7), параметр k изменяется в пределах от 2 и выше. Это соответствует значениям  $h \ge R$ . Из уравнения (5) находим диапазон изменения угла  $\alpha$  от нуля до 30 градусов. Следовательно, значение  $\cos(\alpha)$  меняется в диапазоне от 1 до ~ 0,9.

Этот приём вынесение переменного множителя за знак интеграла мы применим ещё не раз, поэтому поясним его немного подробнее. Для доказательства справедливости уравнений в статье указано использование численного интегрирования. Но оказалось, что все интегралы в статье можно свести к виду, когда не требуется ни численное, ни аналитическое интегрирование. Каждый из таких интегралов содержит фрагмент, точно соответствующий массе притягивающего тела. Правда, масса оказывается слегка заниженной множителем cos(α). Этот множитель имеет ограниченный диапазон и никогда не превышает единицы. Вследствие этого интеграл массы всегда оказывается меньше реальной массы тела, той массы, которая входит в уравнение всемирного тяготения Ньютона. Если заменить значение переменной  $\cos(\alpha)$  на константу, равную  $\cos(\alpha_{max})$ , то интеграл массы даст реальную массу тела, но увеличит результирующую силу приталкивания.

Вместе с тем, в различных комбинациях сил в уравнении (6) и констант cos(α) каждый из интегралов при равных массах даёт силу, превышающую силу по закону Ньютона. Использо-

вание этой константы завышает значение интеграла, приближает его к решению закона Ньютона. То есть, искажение интеграла, его *завышение* лишь "догоняет" решение Ньютона, при этом решение (6) для приталкивания всегда оказывается иным, чем решение для закона Ньютона. Это отклонение гравитонного решения, согласно значениям  $\cos(\alpha)$ , составляет порядка 5-7% от истинного значения, но позволяет получить приемлемо *точное* решение. В частности, значение  $\cos(\alpha) = 1$  соответствует ситуации, когда все гравитоны в телесном угле воздействуют на массивное тело так, будто они движутся строго вдоль центральной, осевой линии, завышая силу приталкивания.

Уравнение (2.10) описывает *неверную* схему рис.8 и рис.9, не имеющую ничего общего с *предполагаемой* схемой гравитонного приталкивания рис.7а, однако мы продолжим его рассмотрение. Может ли это уравнение дать такие же итоги, как и ньютонов закон всемирного тяготения? Рассмотрим два варианта уравнения (2.10), приняв значения  $\cos(\alpha)$  под знаком интеграла равными некой константе, которую обозначим как  $\cos(\alpha_A)$ . Как мы определили, значение этого параметра изменяется в диапазоне от 1 до 0,9. Рассмотрим два вида уравнения (2.10) с учётом этих значений. Поскольку это теперь константы, выносим их за знак интеграла и видим, что теперь интеграл имеет однозначное решение. Он теперь равен массе сферического тела:

$$F_A(r) = \frac{an}{r^2} \cdot (\cos\alpha_A = 1...0,9) \cdot \delta \cdot \int_S b(\alpha) \cdot dS =$$
  
=  $\frac{an}{r^2} (\cos\alpha_A = 1...0,9) \cdot \delta \cdot V$  (2.11)

Выделим оба граничные решения в отдельную строку каждое и объединим радиус r с константами cos(α<sub>A</sub>):

$$F_{A}(r) = \frac{an}{r^{2}:1} \cdot \delta \cdot V = an \frac{\delta \cdot V}{r^{2}}$$

$$F_{A}(r) = \frac{an}{r^{2}:0.9} \cdot \delta \cdot V = an \frac{\delta \cdot V}{r^{2}:\cos\frac{\pi}{6}} = an \frac{\delta \cdot V}{\left(\frac{4}{3}r\right)^{2}} \quad (2.12)$$

Каждое из этих уравнений определённо имеет вид закона всемирного тяготения, тривиально к нему сводятся, как и уравнение (1.10) для экрана. Например, в верхнем уравнении можно вынести, "извлечь" из параметра *а* массу m и присвоить этому новому объединению, параметру *а* значение G

$$F_A(r) = an \frac{\delta \cdot V}{r^2} \sim G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2} \qquad (2.13)$$

Сравним каждое из этих уравнений (2.12) с уравнением закона всемирного тяготения.

$$F_{H} = G \cdot m \cdot \frac{\rho \cdot V}{R_{g}^{2}}$$

Здесь р – это плотность вещества сферического массивного тела. Rg – гравитационный радиус, расстояние от пробного тела до некоторой точки внутри объёмного массивного тела, более близкой, чем его центр тяжести [примечание П2]. Сразу же замечаем, что при одних и тех же условиях

$$R_g < r < \frac{4}{3}r$$

Это неравенство выполняется всегда, как бы мы не меняли k, расстояние между пробным и массивным телами. При этом мы исходим из того, что обе силы равны. Возьмём наилучшее для гравитонной гипотезы значение радиуса,  $\cos(\alpha_A) = 1$  и проверим, равны ли силы, вычисленные по гравитонному уравнению и закону Ньютона.

Наилучшее значение в данном случае означает наибольшее приближение к ньютоновским вычислениям. При любом значении  $\cos(\alpha)$  величина силы F<sub>H</sub> всегда больше значения F<sub>A</sub> в уравнении (2.11). Следовательно, различием между ними тем меньше, чем больше вынесенная константа  $\cos(\alpha_A)$ .

$$F_A(r) = an \frac{\delta \cdot V}{r^2} = F_H = G \cdot m \cdot \frac{\rho \cdot V}{R_g^2}$$
$$an \frac{\delta \cdot V}{r^2} = G \cdot m \cdot \frac{\rho \cdot V}{R_g^2}$$

Как видим, получено соотношение, подобное соотношению (1.12) в варианте с экраном

$$an\frac{\partial}{r^2} = G \cdot m \cdot \frac{\rho}{R_g^2}$$
$$r(m) = R_g \sqrt{\frac{a \cdot n \cdot \delta}{G \cdot m \cdot \rho}} \qquad (2.14)$$

Конечно, мы можем подобрать параметр *а* таким, что величина под корнем станет равной единице. Однако, мы не можем устанавливать этот параметр для *каждого* значения m, поскольку он должен быть *неизменным* для всех ситуаций.

Как бы ни менялась масса пробного тела, определённо не являющаяся константой, расстояние между ним и сферическим телом  $R_g$  должно оставаться неизменным, меняется только сила притяжения. Напротив, радиус г в гипотезе приталкивания каждый раз должен быть другим. Вновь мы приходим к противоречию: решение гравитонного уравнения зависит от величины, в нём отсутствующей. Буквально: одно и то же гравитонное уравнение, с одними и теми же величинами, входящими в него, обязано давать *разные* результаты, чтобы совпасть с решением Ньютона. Кроме того, различается и картина взаимного расположения тел: согласно (2.14) расстояние между ними в модели приталкивания отличается от расстояния в законе Ньютона.

С другой стороны, если мы попытаемся уравнять радиусы r = Rg, картина приобретёт ещё более противоречивый характер. Теперь уже в законе тяготения и в гипотезе приталкивания разной будет высота h пробного тела над поверхностью сферы. Действительно, приравняем их

$$r = h_r + 2R = R_g = h_H + R \cdot \frac{h_H + 9}{h_H + 10}$$
(2.15)

Величинам h в двух уравнениях для различения мы добавили индексы: H – для величин в уравнениях Ньютона; r – для величин в уравнениях приталкивания. Поясним смысл дроби у R в (2.15). Дробь после R справа – это корректирующий множитель, формирующий гравитационный радиус  $R_g$ . Благодаря ему величина  $R_g$  становится динамической, то есть, меняет значение в зависимости от высоты пробного тела над шаром R. Проверить

корректность множителя удобно по граничным значениям. Если пробное тело находится на поверхности сферического, то есть, h = 0, то

$$R_g = h_H + R \cdot \frac{h_H + 9}{h_H + 10} = 0.9R$$

Значение  $R_g \sim 0.9 R$  при минимальном расстоянии мы приняли условно, произвольно. Если высота пробного тела над массивным очень большое,  $h_H >> R$ , то мы приходим к классической формулировке закона всемирного тяготения. В этом случае

$$R_H = R_g \rightarrow h_H + R \approx h_H$$

Итак, если мы приравниваем r = Rg, то получаем

$$r = h_r + 2R = R_g = h_H + R \cdot \frac{h+9}{h+10}$$
$$h_r = h_H + R \cdot \frac{h_H + 9}{h_H + 10} - 2R$$

После преобразований получаем

$$h_r = h_H - R \cdot \frac{h_H + 11}{h_H + 10} \neq h_H$$

Сравнивать вычисления по двум уравнениям в этом случае не представляется возможным. Силы притяжения и приталкивания в обоих случаях равны, но вот в каждом из них пробное тело находится на *разных* высотах над массивным телом.

Вместе с тем, следует признать приведённую критику излишней, поскольку мы заявили, что выкладки, рассуждения в статье, приведшие к эквиваленту закона всемирного тяготения (2.13), неверны. Соответственно, все эти наши рассуждения неизбежно ведут и к выводу: выкладки автора, приведшие к уравнениям (1), (7) и (8), – ошибочны. Следовательно, и уравнения эти – ошибочны. Причём не только концептуально, как ошибочность собственно гипотезы, но и геометрически, из-за наличия некорректных допущений. В этой связи возникает ещё один вопрос. Концептуальная ошибка, очевидно, неисправима, поскольку гипотеза приталкивания производна от гравитонной гипотезы Лесажа, которую научная общественность признала ошибочной. Но как должны выглядеть *корректные* геометрические построения в этой, пусть и ошибочной, гравитонной модели?

### Как выглядит корректная модель приталкивания

Обратимся к рисунку рис.11а, новой версии рисунка рис.8а, но без поворота гравитонных отрезков b внутри сферы. Как и в статье, сформируем новые уравнения, начиная с (2.3). Оригинальные текстовые описания опустим. Итак, дифференциал тонкого сферического кольца в области вхождения гравитона в сферическое тело должен иметь вид

$$dS = 2\pi \cdot DF \cdot dl \tag{3.1}$$

Теперь, как видим, это кольцо полностью находится на поверхности массивного тела. Для вычислений рассмотрим рис.10, являющийся фрагментом рис.7а. Рисунок повернём на 90 градусов, что увеличивает его размер, и добавим на него несколько дополнительный обозначений.



Рис.10. Нахождение углов и поверхностей конусов

Согласно этому рисунку, новый, правильный радиус цилиндра-конуса, радиус DF определяется соотношениями

$$DF = AF \cdot tg \alpha$$
  

$$AF = h + R + OF \qquad (3.2)$$
  

$$OF = R \sin \mu$$

Из геометрических соображений находим угол μ. Углы α и φ равны, поскольку их стороны взаимно перпендикулярны, следовательно

$$\mu = \gamma - \varphi = \gamma - \alpha$$

Так же из геометрических соображений находим значение угла (гамма) и затем окончательное значение угла µ

$$\gamma = \arcsin \frac{b}{2R}$$
$$\mu = \arcsin \frac{b}{2R} - \alpha$$

Собираем воедино уравнения (3.2) с учётом найденного угла µ и получаем значение радиуса DF

$$DF = \left(h + R + R\sin\left(\arcsin\frac{b}{2R} - \alpha\right)\right) \cdot tg\alpha \qquad (3.3)$$

Выражение длинное, поэтому для краткости это уравнение для радиуса обозначим как R<sub>b</sub>. Тогда

$$dS = 2\pi \cdot R_b \cdot dl \qquad (3.4)$$

Дифференциал *dl*, ширина кольца или, как он был назван в оригинале, высота сферического слоя, так же будет определяться иначе. Другими словами этот дифференциал можно назвать "толщиной" отрезка b

$$dl = DA \cdot d\alpha$$
  

$$\sin \alpha = \frac{DF}{DA}$$
  

$$DA = \frac{DF}{\sin \alpha}$$
  

$$dl = \frac{DF}{\sin \alpha} \cdot d\alpha = \frac{R_b}{\sin \alpha} \cdot d\alpha$$
  
(3.5)

Подставляем в (3.4) и находим

$$dS = 2\pi \cdot R_b \cdot \frac{R_b}{\sin \alpha} \cdot d\alpha = 2\pi \cdot \frac{R_b^2}{\sin \alpha} \cdot d\alpha \qquad (3.6)$$

Уравнение (3) с учётом исправлений примет вид

$$dS = 2\pi \cdot \frac{R_b^2}{\sin \alpha} \cdot d\alpha$$

Для иллюстрации приведём его в развёрнутом виде

$$dS = \frac{2\pi}{\sin\alpha} \left( h + R + R\sin\left(\arcsin\frac{b}{2R} - \alpha\right) \right)^2 \cdot tg^2 \alpha \cdot d\alpha \quad (3.7)$$

Теперь произведём "сборку" главного уравнения, уравнения силы (1) с новым, исправленным значением dS. Напомним, что при таком подходе здесь по-прежнему рассматриваются *цилиндры* рис.8b.

$$df_{A} = a \cos \alpha \cdot \left(\frac{n}{r^{2}} \int_{0}^{b} \delta \cdot db\right) \times$$
$$\times \frac{2\pi}{\sin \alpha} \left(h + R + R \sin \left(\arcsin \frac{b}{2R} - \alpha\right)\right)^{2} \cdot tg^{2} \alpha \cdot d\alpha$$

Интегрированием находим значение полной силы

$$F_{A} = \int df_{A} = \int_{0}^{\alpha_{mx}} \left( \frac{a \cos \alpha \cdot \left(\frac{n}{r^{2}} \int_{0}^{b} \delta \cdot db\right) \cdot \frac{2\pi}{\sin \alpha} \times \left(h + R + R \sin\left(\arcsin\frac{b}{2R} - \alpha\right)\right)^{2} \cdot tg^{2}\alpha \right) \cdot d\alpha$$

Опуская промежуточные преобразования, запишем окончательно

$$F_{A} = \frac{2\pi\alpha n}{r^{2}} \int_{0}^{\alpha_{mx}} \left( \int_{0}^{b(\alpha)} \delta \cdot db \right) \times$$

$$\times \left( h + R + R \sin\left( \arcsin\frac{b(\alpha)}{2R} - \alpha \right) \right)^{2} tg \alpha \cdot d\alpha$$
(3.8)

Это исправленное уравнение (4) и (2.6). Очевидно, что в таком варианте уравнений сформировать относительный коэффициент k невозможно. В достаточно простом виде можно записать только промежуточные радиусы

$$R_m = R + h$$
$$R_r = 2R + h$$

Радиус  $R_m$  – это расстояние между центрами взаимодействующих тел. Радиус  $R_r$  – это радиус экрана, который нигде в вычислениях пока не использовался.

При использовании нового значения dS (3.7) дифференциальные *цилиндрические* поверхности, их основания будут располагаться не на поглощающем гравитоны экране, как на рис.8b, а на поверхности сферы массивного тела, строго в её пределах, как на рисунке на рис.11. Обращаем внимание: на рисунке рис.11b мы по-прежнему получаем *цилиндрическую* поверхность, а не коническую, как планируется. На рис.11a отрезок b изображён правильно, с наклоном, вдоль радиуса DA. Но в уравнении (3.4) и последующих этот наклон отсутствует, не учитывается, то есть, отрезок является образующей *цилиндрической* поверхности.

Очевидно, что все проблемы, противоречия оригинальных уравнений остаются и в варианте с исправленным значением дифференциала площади (3.7). Хотя основания цилиндров теперь сместились на нижнюю часть сферы, общий объём результирующей "сферы" будет по-прежнему превышать объём оригинальной сферы, поскольку отрезки в также испытали аналитический поворот в вертикальное положение.

Но нас интересует площадь или объём именно конической поверхности внутри сферы R. Именно вдоль конической поверхности движутся и тормозятся соответствующие ей гравитоны. Для определения площади поверхности каждого усечённого конуса, вновь обратимся к рис.10. Как видно на рис.11а, для частного значения угла  $\alpha$  эта площадь равна разности площадей полного конуса с вершиной в точке A и основанием, проходящим через точку D, и верхнего конуса с вершиной в той же точке A, но с основанием, проходящим через точку B.



Рис.11. Исправление подынтегральной функции (3). Усечённые конусы заполняют весь объём массивного тела.

Площадь боковой поверхности, полного конуса равна [приложение П3]

$$S_{DA} = \pi \cdot DA^2 \cdot \sin \alpha$$

Площадь поверхности верхнего, короткого конуса

$$S_{BA} = \pi B A^2 \sin \alpha$$

Следовательно, искомая площадь, площадь поверхности обрезанного конуса равна

 $S_b = S_{DA} - S_{BA} = \pi DA^2 \sin \alpha - \pi BA^2 \sin \alpha = \pi (DA^2 - BA^2) \sin \alpha$ Упростим это выражение, помня, что b зависит от  $\alpha$ 

$$S_{b} = \pi (DA - BA)(DA + BA) \sin \alpha = \pi b(DA + BA) \sin \alpha$$

Сумму в скобках удобно преобразовать к DA.

$$S_b = \pi b (DA + DA - b) \sin \alpha = \pi b (2DA - b) \sin \alpha$$

Это удобство состоит в том, что DA легко найти

$$\sin \alpha = \frac{DF}{DA} \quad \rightarrow \quad DA = \frac{DF}{\sin \alpha}$$

Величину DF ранее мы уже вычислили (3.2)

$$DF = \left(h + R + R\sin\left(\arcsin\frac{b}{2R} - \alpha\right)\right) \cdot tg\alpha$$

Собираем вместе последние три уравнения и, опуская промежуточные преобразования, находим DA и  $\mathrm{S}_{\mathrm{b}}$ 

$$DA = \left(h + R + R\sin\left(\arcsin\frac{b}{2R} - \alpha\right)\right) \cdot \frac{1}{\cos\alpha}$$
$$S_{b} = \pi b \cdot \left[\left(h + R + R\sin\left(\arcsin\frac{b}{2R} - \alpha\right)\right) \cdot \frac{2}{\cos\alpha} - b\right]\sin\alpha =$$
$$= \pi b \cdot \left[\left(h + R + R\sin\left(\arcsin\frac{b}{2R} - \alpha\right)\right) \cdot 2tg\alpha - b\sin\alpha\right]$$

Уравнение не только сложное, но и весьма необычное, особенно если сравнить его с (3). Мы нашли *площадь* поверхности *дифференциального* усеченного конуса, поскольку *поверхность* любой фигуры по определению имеет нулевую толщину. Чтобы определить дифференциальный объём этого усечённого конуса, умножаем эту величину на среднюю *дифференциальную* толщину поверхности:

$$db = DA \cdot d\alpha$$

Уточним, что здесь db – это дифференциал *толщины* отрезка b, а не дифференциал его *длины*, как могло бы показаться. Находим дифференциальный объём усечённого конуса

$$dV_{b} = \pi b \cdot \left[ \left( h + R + R \sin\left( \arcsin\frac{b}{2R} - \alpha \right) \right) \times \right] \cdot DA \cdot d\alpha =$$
$$= \pi b \cdot \left[ \left( h + R + R \sin\left( \arcsin\frac{b}{2R} - \alpha \right) \right) \cdot 2tg\alpha - b\sin\alpha \right] \times \left( h + R + R \sin\left( \arcsin\frac{b}{2R} - \alpha \right) \right) \cdot \frac{1}{\cos\alpha} \cdot d\alpha = S_{b} \cdot db \quad (3.9)$$

Напомним, что в уравнении величина b является функцией от а. Теперь это уравнение мы можем вставить как подынтегральную функцию в уравнение (2.10). Поскольку уравнение для  $S_b$  довольно длинное, то далее величину dV<sub>b</sub> запишем в укороченном виде, а параметр  $\delta$  внесём под знак интеграла. Отметим, что произведению b·dS в (2.10) соответствует, но не равно, произведение  $S_b$ ·db (3.9) – каждое из них обозначает дифференциальный объём dV<sub>b</sub> дифференциального цилиндра (2.10) или конуса (3.9)

$$dV_b \sim b \cdot dS \sim S_b \cdot db$$
$$F_A(r) = \frac{an}{r^2} \delta \int_S b \cdot \cos \alpha \cdot dS = \frac{an}{r^2} \int_V \cos \alpha \cdot \delta \cdot dV$$

В одном из определений параметр δ назван *плотностью* вещества сферы, "плотностью поглощающего тела". Это значит, что под знаком интеграла находится дифференциал *массы* сферы, массивного тела.

Как показано на рис.11b, полная масса сферы равна сумме дифференциальных масс  $dM_b$  усечённых конусов, составляющих его, каждая из которых определяется углом  $\alpha$ .

С учетом этого переписываем уравнение силы

$$F_A(k) = \frac{an}{r^2} \int_{0}^{\alpha_{\text{mx}}(k)} \cos\alpha \cdot dM_b \cdot d\alpha \qquad (3.10)$$

Объём каждого усечённого конуса сразу же преобразуется в дифференциал *массы*, нелинейно уменьшающийся из-за присутствия  $\cos(\alpha)$ . Здесь в подынтегральном уравнении мы видим ту же особенность, что и в уравнении с цилиндрами (2.10) –  $\cos(\alpha)$ . Как и в том случае, здесь это так же является *неудобством*. Но мы можем провести те же рассуждения, что и в случае уравнения (2.10). В результате уравнение (3.10) запишем в схожем виде

$$F_A(r) = \cos(\alpha_{\alpha=0\dots\pi/6}) \cdot \frac{an}{r^2} \int_{S} dM_b \cdot d\alpha \sim G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}$$
(3.11)

Сразу уточним, что значение массы М в этом уравнении (3.11) отличается от значения массы М в уравнении (2.13). Здесь это *точная* масса сферы, массивного тела. Напомним, что в (2.13) масса М определена как суммарная масса дифференциальных *цилиндров*, превышающая массу сферы. Но проблемы у этого решения (3.11) те же, что и у решения (2.13). Уравнение (3.11), как видим, *визуально* является точной копией закона всемирного тяготения Ньютона, но величина радиуса г, *условно* являющегося в такой записи расстоянием между взаимодействующими телами, отличается от такового в *условном* законе Ньютона. Условность заключается в том, что в уравнении приталкивания расстоянием между телами, очевидно, следовало бы считать величину r+R. Радиус в уравнении Ньютона соответствует неравенству h>R, которое в данном случае не наблюдается. Но мы пока оставим без изменений эти условности.

$$F_A = G \cdot \frac{m \cdot M}{(h+2R)^2} \quad \Leftrightarrow \quad F_H = G \cdot \frac{m \cdot M}{(h+R)^2}$$

Следовательно, и в этом случае решение по уравнению приталкивания (3.11) всегда будет отличаться от решения по классическому закону Ньютона. Ещё раз отметим это. Подынтегральная функция в (2.6) описывает дифференциал объёма усечённого с двух сторон конуса с образующей b = BD на рисунке рис.7. Напомним вид подынтегральной функции (2.6)

$$dV = \cos\alpha \cdot \left(\int_{0}^{b(k,\alpha)} \delta \cdot db\right) \cdot 2\pi r^{2} \sin\alpha \cdot d\alpha \qquad (3.12)$$

Каждому текущему значению угла α и параметру k соответствует собственный усечённый, как предполагается, *конус*, построенный на одной из трёх окружностей и соответствующее ему значение объёма (3.12).

На рисунках рис.7, рис.8 и рис.11 эти три сечения, окружности разного диаметра, изображены в виде эллипсов, проходящих, соответственно, через точки В, D и Е. Следовательно, дифференциалы высоты dl (3.5) у каждой из них для одного и того же значения угла а также разные. Это значит, что, согласно представленным выкладкам, уравнению (2.4), дифференциал объёма всего усечённого конуса, *цилиндра* на самом деле, является объёмом, построенном не на среднем эллипсе D, а на нижнем, проходящем через точку Е.

Для справки: если в (4) не выносить константы за интегралы, то подынтегральная функция по а обозначает дифференциал силы, создаваемой затенением пробного тела дифференциалом *цилиндра*, построенного на сферическом слое с текущим значением угла а. Напомним, что эти дифференциальные цилиндры показаны на рис.8b.

Уравнение (2.3) – это элементарная площадь круговой полоски высотой dl на этом шаровом слое. Интегрирование по всем значениям угла и даёт полную площадь "зонтика", шарового слоя, выделенного на рис.8а серой тонировкой. Очевидно, считается, что эта полоска dl однородна. Дополнительный, внутренний интеграл добавляет к каждой полоске, как предполагается, тонкостенный конус, ограниченный с двух сторон *круговыми* основаниями, лежащими на сфере массивного тела. На самом деле, повторим, это цилиндр. Отрезок b, образующая формирует не конус, а цилиндр. В связи с этим интеграл (4), не содержащий внутреннего интеграла в круглых скобках, – это полная площадь экрана, "зонтика", названного шаровым слоем.

#### Относительная сила для закона Ньютона

В статье заявлено, что вычисления по (1.0) дают результат, совпадающий с вычислениями по закону Ньютона. Очевидно, для демонстрации заявленного совпадения вычислений необходимо в уравнение закона всемирного тяготения внести подобие коэффициента k. Это возможно. Действительно, уравнение Ньютона можно записать в следующем виде, который для определённости назовем k-законом тяготения Ньютона

$$F = G\frac{mM}{R^2} = G\frac{mM}{\left(R_M + h\right)^2} = G\frac{mM}{\left[R_M \cdot \left(\frac{R_M + h}{R_M}\right)\right]^2} = G\frac{mM}{R_M^2 k^2}$$

Здесь М и  $R_M$  – масса и радиус массивного тела, которым в данном случае, очевидно, является экран. Теперь можно составить соотношение для закона Ньютона, подобное соотношению (6) или (1.0).

$$\overline{F_H(k)} = \frac{F_H(k)}{F_H(2)}$$
(4.1)

Подставляем в (4.1) значения сил из k-закона Ньютона

$$\overline{F_{H}(k)} = \frac{F_{H}(k)}{F_{H}(2)} = \frac{G\frac{mM}{R_{M}^{2}k^{2}}}{G\frac{mM}{R_{M}^{2}(2)^{2}}} = \frac{R_{M}^{2}k_{2}^{2}}{R_{M}^{2}k^{2}} = \frac{4}{k^{2}}$$
(4.2)

Заметим, что итоговая, самая правая дробь уравнения, сама по себе неинформативна. Но предыдущая, содержащая радиусы явно демонстрирует закон обратных квадратов для сил гравитационного притяжения. Отношение сил в (4.2) явно обратно пропорционально квадратам расстояния между телами

$$\overline{F_{H}(k)} = \frac{F_{k}(R_{k})}{F_{2}(R_{k=2})} = \frac{R_{k=2}^{2}}{R_{k}^{2}}$$

Действительно, равенство гласит: сила  $F_k(R_k)$  больше силы  $F_2(R_{k=2})$  во столько же раз, во сколько квадрат  $R_{k=2}$  больше квадрата  $R_k$ . Тем не менее, выведенное нами уравнение (3.11) определённо и даже очевидно является *подгонкой* под закон всемирного тяготения, поэтому как подтверждающий аргумент однозначно рассматриваться не может.

Однако главное противоречие такого аргумента состоит даже и не в этом. Наши выкладки для к-закона Ньютона справедливы только при учёте одного крайне важного условия. Напомним, что, классический закон всемирного тяготения Ньютона справедлив только для точечных тел или тел, размеры которых много меньше расстояния между ними или h >> R. Из этого прямо следует, что расстояние между взаимодействующими объёмными телами уже не может быть описано только этим коэффициентом k. Как мы указали, в законе Ньютона каждое из объёмных тел имеет два центра: гравитационный и центр масс. Центр масс – это, другими словами, центр тяжести тела. У однородной сферы он находится точно в её центре. Гравитационный центр – это условный, кажущийся центр тяжести. Именно к этому центру близлежащие объекты и испытывают силу притяжения [приложение П2]. Влияние этого центра мы уже учитывали в уравнении (2.15).

Согласно выкладкам, приведшим к выражению (1), расстояние между пробным телом и экраном равно г. На рис.2 видим, что это отрезок АО, условно говоря, "макушка" экрана. Однако согласно закону Всемирного тяготения Ньютона, как мы показали в приложении, расстояние между телами в этом случае определённо меньше отрезка АО даже в самом компромиссном варианте. Центр тяжести экрана никак не может совпадать с его самой дальней точкой О. Другими словами, расстояние между телами в гипотезе приталкивания равно г, а в законе Ньютона –  $r_H < r$ . Сравнивать силы притяжения тел, находящихся на *разных* расстояниях нельзя. Если они и окажутся равными, то законы обратных квадратов будут иными, не совпадающими.

Строго говоря, соотношение (6) для сопоставления вообще неприемлемо. Проведём такую условную параллель, аллегорию. Если, скажем, отец выше сына в 2 раза, а слон выше слонёнка также в 2 раза, то это вовсе не означает, что рост отца равен росту слона. С учётом этой аллегории и обнаруженных в выкладках ошибок, следует внимательнее присмотреться к этому соотношению (6). И такое рассмотрение, действительно, выявило, мягко говоря, серьёзное противоречие.

#### Относительная сила в модели приталкивания

Выведем уравнение (6) заново по использованной в статье методике. Обратим внимание на уравнение (1.2), являющееся, по сути, базовым в гравитонной модели. Главное, на что следует обратить внимание в первую очередь – это взаимозависимость величин г и dS. Уравнение (1.2) с её учётом следует переписать иначе, явно отметив эту взаимозависимость

$$n_{S} = \frac{n}{r^{2}} dS(r)$$

Это, на первый взгляд, небольшое дополнение является чрезвычайно важным. Оно означает, что дифференциал площади dS – это не произвольный дифференциал, а дифференциал поверхности сферы радиусом г. Если радиус другой, то и дифференциал dS также будет другим. Только при таком соотношении, взаимосвязи уравнение (1.2) даёт одно и то же количество гравитонов в заданном телесном угле. Действительно, в этом угле на любом удалении от его вершины через каждое его сечение проходить одно и то же количество *радиальных* гравитонов  $n_s$ . На любом удалении от вершины, на любом радиусе г число гравитонов одно и то же. Это возможно лишь в случае, когда dS вычисляется именно для этого радиуса.

И здесь возникает новое уточнение. Уравнение, соотношение (6) получено из уравнения (4) для разных значений параметра k. Заметим, что введение этого параметра (6) окончательно запутало выкладки. Уравнение (4) само является эквивалентом уравнения (1) с одним существенным отличием: оно более не содержит параметра г. Но эта зависимость не исчезла, а просто стала крайне тонко скрытой. Вновь сделаем шаг назад и после подстановки (3) в (1) не будем сокращать подобных членов и делать других преобразований. В результате уравнение будет иметь вид (2.6). Продублируем его

$$F_A(k) = \frac{an}{r^2} \int_0^{\alpha_{\text{max}}(k)} \cos\alpha \cdot \left( \int_0^{b(k,\alpha)} \delta \cdot db \right) \cdot 2\pi r^2 \sin\alpha \cdot d\alpha$$

Мы уже отметили, что подынтегральная функция по  $\alpha$  при  $\delta = 1$  описывает объём сферического объекта, показанного на рис.8, с условным радиусом г. Это обстоятельство мы отме-

тили как ошибочное. Согласно очевидной логике построений, подынтегральная функция должна была описывать объём сферического массивного тела радиусом R. Выкладки мы исправили и получили в результате уравнение (3.10), которое теперь уже точно описывает сферическое тело на рис.11. Также продублируем (3.10)

$$F_A(k) = \frac{an}{r^2} \int_{0}^{\alpha_{\rm max}} \cos \alpha \cdot dM_b \cdot d\alpha$$

И здесь становится видна скрытая, неудачная роль параметра k. При формировании уравнения (6) для двух значений k сократились константы перед интегралами. Однако сокращение величины  $r^2$  было ошибкой, поскольку она зависит от k, и в двух интегралах r, очевидно, не равны. Уравнение (3.10) с учётом этой зависимости и определения параметра k должно иметь вид

$$F_A(k) = \frac{an}{r^2 = k^2 R^2} \int_{0}^{\alpha_{\text{max}}(k)} \cos\alpha \cdot dM_b \cdot d\alpha$$

Показанное в знаменателе дроби странное равенство – это простая демонстрация, чему равен квадрат г. Отчётливо видно, что дробь перед интегралом, параметр не является константой, он зависит от k и, соответственно, от высоты h и радиуса R. Следовательно, при подстановке в (6) значений  $F_A(k)$  и  $F_A(2)$  перед отношением интегралов должен появиться множитель 4/k<sub>2</sub>. Однако, ни в (1.0), ни в (7) и (8) его нет.

Теперь, имея соотношение (4.2) для закона Ньютона, мы можем произвести сравнение его с решением относительной силы для гравитонной модели. Мы помним, что в классическом виде уравнение закона всемирного тяготения относится к точечным объектам или объектам, расстоянием между которыми многократно превышает их собственные размеры. Тем не менее, применим его к нашей схеме, помня, что это некорректно. Составим теперь соотношение (6) для гравитонной модели с использованием *исправленного* уравнения (3.10).

$$\overline{F_A(k)} = \frac{F_A(k)}{F_A(2)} = \frac{\frac{an}{(R+h)^2} \int_{0}^{\alpha_{\text{max}}(k)} \cos\alpha \cdot dM_b \cdot d\alpha}{\frac{an}{(R+R)^2} \int_{0}^{\alpha_{\text{max}}(2)} \cos\alpha \cdot dM_b \cdot d\alpha}$$
(5.1)

Применим использованный выше в уравнении (2.11) приём – вынесем за знаки интеграла константы cos(α). Теперь оба оставшихся интеграла означают одну и ту же величину – полную массу сферического тела, сокращаем их.

Здесь следует отметить, что записи интегралов явно различны, поэтому поясним, почему мы считаем их равными. Различие заключается в разных пределах интегрирования. Если перевести их в конкретные значения углов, приняв для определённости значение k таким, что верхний предел в первом интеграле будет равен, скажем,  $\alpha_{max} = \pi/10$ , то равенство будет иметь вид

$$\int_{0}^{\alpha_{\rm mr}(k)} \cos\alpha \cdot dM_b \cdot d\alpha = \int_{0}^{\alpha_{\rm mr}(2)} \cos\alpha \cdot dM_b \cdot d\alpha$$
$$\int_{0}^{\pi/10} \cos\alpha \cdot dM_b \cdot d\alpha = \int_{0}^{\pi/6} \cos\alpha \cdot dM_b \cdot d\alpha$$
$$\cos\alpha_{10} \int_{0}^{\pi/10} dM_b \cdot d\alpha = \cos\alpha_6 \int_{0}^{\pi/6} dM_b \cdot d\alpha$$

Соответственно, вынесенные константы  $\cos(\alpha_k)$  могут принимать значения в разных диапазонах

$$\cos \alpha_{10} = \cos \frac{\pi}{10} \dots 1 \approx 0,95 \dots 1$$
$$\cos \alpha_6 = \cos \frac{\pi}{6} \dots 1 = \frac{\sqrt{3}}{2} \dots 1 \approx 0,866 \dots 1$$

Оставшиеся интегралы имеют вид

$$\int_{0}^{\pi/10} dM_b \cdot d\alpha = \int_{0}^{\pi/6} dM_b \cdot d\alpha$$

Верхние пределы у них разные, однако, при этом дифференциалы масс по-прежнему образуются дифференциальными

конусами в том же самом массивном сферическом теле. Это означает, что все эти конусы по-прежнему образуют *полную* массу этого тела. Следовательно, и значения интегралов тождественны и равны массе этого сферического тела. Сократив интегралы, сократим также другие *одинаковые* величины, константы. Итог будет иметь вид

$$\overline{F_A(k)} = \frac{\cos\alpha_{10}}{(R+h)^2} : \frac{\cos\alpha_6}{(R+R)^2} = \frac{\cos\alpha_{10}}{\cos\alpha_6} \times \frac{4R^2}{(R+h)^2} \quad (5.2)$$

Для удобства в последующих вычислениях заменим первую дробь в конечном выражении на параметр с<sub>А</sub>

$$\overline{F_A(k)} = c_A \times \frac{4R^2}{(R+h)^2}$$
(5.3)

Найдём предельные значения параметра сА

$$c_{A} = \frac{\cos_{\min} \alpha_{10}}{\cos_{\max} \alpha_{6}} \dots \frac{\cos_{\max} \alpha_{10}}{\cos_{\min} \alpha_{6}} = \frac{0.95}{1} \dots \frac{1}{0.866} = 0.95 \dots 1.15 \quad (5.4)$$

Отметим, что границы параметра с<sub>A</sub> (5.4) были выбраны приблизительно для несколько *завышенного* значения угла  $\alpha_{max}$ , вследствие чего нижнее значение с<sub>A</sub> оказалось *заниженным*. Мы задали в соотношении (5.1) верхний предел  $\alpha_{max}(k)$  верхнего интеграла, равным  $\pi/10$ . Но это довольно большое значение, при котором, видимо, размеры массивного тела всё ещё влияют на результат. Если же мы выберем существенно более *далёкое* разрешённое положение шара, h >> R, то угол, верхний предел должен быть, например,  $\pi/100$  или даже  $\pi/1000$ . В этом случае диапазон значений с<sub>A</sub> сузится, и его меньшая граница будет равна естественному значению – единице

$$c_{A} = \frac{\cos_{\min} \alpha_{10}}{\cos_{\max} \alpha_{6}} \dots \frac{\cos_{\max} \alpha_{10}}{\cos_{\min} \alpha_{6}} = \frac{1}{1} \dots \frac{1}{0,866} = 1 \dots 1,15 \quad (5.5) \quad (5.5)$$

Заметим, что именно значение  $c_A = 1$  является наиболее естественным значением параметра, максимально сближающим выражения (6) для двух моделей – гравитонной и ньютоновой. Но пока оставим эти диапазоны.

Сделаем это, используя другое уравнение Ньютона, в которое подставим гравитационный радиус следующего вида

$$R_g = h + R \cdot \frac{pR + h}{R + h}; \quad p < 1 \quad (5.6)$$

Ранее мы использовали немного иную запись этого радиуса (2.15). Пробное использование (2.15) в нижеследующих преобразованиях привело к чрезмерно сложным результатам, сложному кубическому уравнению, поэтому мы заменяем его. Проверим корректность новой записи радиуса по граничным значениям. При h = 0, когда пробное тело находится на поверхности сферы, имеем

$$R_g = h + R \cdot \frac{pR + h}{R + h} = 0 + pR$$

Это приемлемое значение. Радиус меньше радиуса сферы, то есть, условный центр тяжести сферы находится к пробному телу ближе, чем центр тяжести. Другой предел, граничное значение h >> R, соответствует большому расстоянию между телами, при котором их можно рассматривать как точечные. Получаем

$$R_g = h + R \cdot \frac{pR + h}{R + h} = h + R$$

Это значение также корректно, поскольку теперь радиус в уравнении равен расстоянию между точечными телами. С таким гравитационным радиусом уравнение закон Ньютона будет иметь вид

$$F_{H}(R_{g}) = G \frac{mM}{R_{g}^{2}} = G \frac{mM}{\left(h + R \cdot \frac{pR + h}{R + h}\right)^{2}}$$
$$F_{H}(R_{g}) = G \frac{mM}{\left(\frac{h^{2} + 2Rh + pR^{2}}{R + h}\right)^{2}}$$
(5.7)

Подчеркнём ещё раз, это уравнение – условное, ограниченно корректное, поскольку гравитационный радиус выбран умозрительно. Запишем два уравнения Ньютона для соотношения (6): для любых значений k или h и для k = 2, то есть, h = R.

$$F_{H}(k) = GmM : \left(\frac{h^{2} + 2Rh + pR^{2}}{R + h}\right)^{2}$$
$$F_{H}(2) = GmM : \left(\frac{R^{2} + 2R^{2} + pR^{2}}{2R}\right)^{2} = GmM : R^{2} \left(\frac{p + 3}{2}\right)^{2}$$

Находим соотношение (6) для закона Ньютона.

$$\overline{F_{H}(k)} = \frac{F_{H}(k)}{F_{H}(2)} = \frac{GmM : \left(\frac{h^{2} + 2Rh + pR^{2}}{R + h}\right)^{2}}{GmM : R^{2} \left(\frac{p + 3}{2}\right)^{2}}$$

Сокращаем подобные члены и переворачиваем дробь

$$\overline{F_{H}(k)} = \frac{F_{H}(k)}{F_{H}(2)} = \frac{R^{2} \left(\frac{p+3}{2}\right)^{2}}{\left(\frac{h^{2}+2Rh+pR^{2}}{R+h}\right)^{2}} \quad (5.8)$$

Поскольку для сопоставления квадраты радиусов не нужны, сразу извлекаем корень

$$\sqrt{F_H(k)} = R\left(\frac{p+3}{2}\right) : \left(\frac{h^2 + 2Rh + pR^2}{R+h}\right)$$

Сравниваем этот корень выражения (6) для закона Ньютона с корнем (6) гравитонной модели (5.3)

$$\sqrt{c_A} \frac{2R}{R+h} = R\left(\frac{p+3}{2}\right) : \left(\frac{hp+pR^2+2Rh}{R+h}\right)$$

Разворачиваем полученное выражение, раскрываем скобки  $4\sqrt{c}h^2 + 4\sqrt{c}pR^2 + 8\sqrt{c}Rh - pR^2 - 2phR - ph^2 - 3R^2 - 6hR - 3h^2 = 0$  После компоновки и преобразований получаем окончательно

$$(4\sqrt{c} - 3 - p)h^{2} + (8\sqrt{c}R - 2pR - 6R)h - -3R^{2} + 4\sqrt{c}pR^{2} - pR^{2} = 0$$
(5.9)

Преобразуем в более компактную, удобную форму, вернув для определённости индекс величине с<sub>А</sub>, которую для краткости в преобразованиях обозначали без индекса

$$h^{2} + 2Rh + R^{2} \frac{(4\sqrt{c_{A}p - p - 3})}{(4\sqrt{c_{A}} - p - 3)} = 0$$
 (5.10)

Мы произвели сокращение на множитель в скобках в первом слагаемом (5.9), поэтому проверим возможность такого сокращения: этот множитель не может быть равен нулю.

$$4\sqrt{c_A} - p - 3 \neq 0$$

После преобразований получаем

$$c_A \neq \left(\frac{3+p}{4}\right)^2 < 1$$
 (5.11)

Значение величины в скобках – это "запрещённое" значение с<sub>A</sub>. Мы установили значение p < 1, следовательно, эта запрещённая величина всегда меньше единице. Согласно (5.5) это условие выполняется всегда.

Однако и это "запрещённое" для  $c_A$  значение само оказывается запрещённым значением p = 1. Если допустить, что величина  $c_A$  равна запрещённому значению (5.11) в скобках, то значение p, согласно (5.9), должно быть равно единице, что по нашим условиям невозможно. Действительно, в этом особом случае имеем

$$p^{2}+2p-3=0$$
  
 $p_{1}=-3; p_{2}=1$ 

Оба значения для р – запрещены. Следовательно, единственное значение р, при котором делитель в (5.10) равен нулю, невозможно. Таким образом, деление на эту дробь в (5.10) и (5.9) возможно.

Подробное решение квадратного уравнения (5.10) в общем виде получилось довольно громоздким, многоэтажным, поэтому сразу приведём положительный корень, отбросив отрицательный

$$h = R \cdot \left( \sqrt{1 - \frac{4\sqrt{c} p - p - 3}{4\sqrt{c} - p - 3}} - 1 \right)$$
(5.12)

Важно отметить: решение (5.12) – это не *тождество*, а *уравнение*. Вычислить значение (5.12), видимо, можно, но возникает вопрос, какие значения параметров с<sub>A</sub> и р следует выбрать. Вместе с тем, необходимости в вычислении (5.12) нет. Наша цель – *подтвердить* корректность модели приталкивания. Для этого мы сравнили две относительные силы (6) – для модели приталкивания и для закона всемирного тяготения. Подтверждением будет являться случай, когда эти два выражения (6) равны *всегда, независимо* от значения k. Но в результате сравнения мы получили не тождество, а уравнения (5.10) и (5.12).

Рассмотрим сначала частный случай решений (5.1) и (5.8) до момента получения уравнения (5.10) для естественного значения  $c_A = 1$ . Это интересно, поскольку в результате преобразований получаем довольно показательное уравнение

$$F_{H}(k) = \frac{4R^{2}}{(R+h)^{2}} \equiv \overline{F_{A}(k)} = \frac{4R^{2}}{(R+h)^{2}} = \frac{4}{\left(1+\frac{h}{R}\right)^{2}} = \frac{4}{k^{2}} \quad (5.13)$$

Правое соотношение означает, в частности, что при любых значениях высоты h его значение равно потерянному в (1.0), (7) и (8) множителю, величине  $4/k_2$ . Подстановка этого же значения  $c_A = 1$  в уравнение (5.12) даёт ещё один показательный, закономерный результат

$$h = R \cdot \left( \sqrt{1 - \frac{4p - p - 3}{4 - p - 3}} - 1 \right) = R \cdot \left( \sqrt{1 + 3} - 1 \right) = R$$

Казалось бы, мы *обязаны* согласиться с тем, что полученное тождество (5.13) подтверждает справедливость утверждения в статье. Однако в статье заявлено, что относительные силы  $F_A(k)$  и  $F_H(k)$  равны, очевидно, для *любых* значений k. Только так можно трактовать утверждение, что

"Численное интегрирование выражения (1.0) приводит к результатам, полностью совпадающим с результатами расчета по классической формуле закона всемирного тяготения Ньютона" [1].

Но это равенство (5.13) гласит: два выражения (6), выражения для двух моделей равны тогда и только тогда, когда

h = R, то есть, k = 2. Сразу же замечаем, что при этом выражение (6) для гравитонной модели превращается в тавтологию:

$$\overline{F_A(k)} = \frac{F_A(2)}{F_A(2)} \equiv 1 \tag{6}$$

Впрочем, как и выражение (6) для закона Ньютона. Это означает, что сравнение этих двух выражений (6) не может свидетельствовать о тождественности сил, вычисленных по закону Ньютона и по уравнениям гравитонной модели. И эта простота должна насторожить. Однако полученное тождество верно лишь при *некорректном*, как мы отметили, использовании уравнения Ньютона. Очевидно, следует найти *корректное* выражение (6) для закона всемирного тяготения, учитывающего размеры взаимодействующих тел.

Рассмотрим теперь выражение (5.12) более детально, так сказать, под другим углом. Ещё раз обратим внимание на введённые нами параметры р и с<sub>A</sub>. Параметры мы ввели как *константы*, имеющие некоторые определённые границы изменения. Составим с использованием (5.12) новую зависимость (1.1) для k

$$k = \frac{R+h}{R} = \frac{R \cdot \left(\sqrt{1 - \frac{4\sqrt{c}\,p - p - 3}{4\sqrt{c} - p - 3}} - 1\right) + R}{R}$$

Сокращаем

$$k = \sqrt{1 - \frac{4\sqrt{c}p - p - 3}{4\sqrt{c} - p - 3}} - 1 + 1 = \sqrt{1 - \frac{4\sqrt{c}p - p - 3}{4\sqrt{c} - p - 3}} \quad (5.14)$$

Повторим, параметр р мы ввели как константу. Однако очевидно, что для разных значений h и, следовательно, значений k параметр р определённо должен иметь разные значения. Действительно, точное значение силы притяжения к объёмному телу определяется интегрально. Интеграл может иметь примерно такой вид

$$F = Gm \int_{0}^{\alpha_{\text{max}}} \int_{h}^{h+2R} \cos\alpha \cdot \frac{M(r,\alpha)}{(R+r)^{2}} \cdot dr \cdot d\alpha$$

Величина M(r,α), умноженная на дифференциалы dr и dα, – это дифференциал массы некоторой точки тела, удалённой от

пробного тела на расстояние г. Сила притяжения к нему пробного тела зависит от косинуса угла, образованного осью и соответствующим радиусом г. Приведённый интеграл – это точное значение силы притяжения, и она, очевидно, должна быть равна силе, вычисленной по условному уравнению (5.7).

$$Gm \int_{0}^{\alpha_{\rm mx}} \int_{0}^{h+2R} \cos\alpha \cdot \frac{M(r,\alpha)}{(R+r)^2} \cdot dr \cdot d\alpha = G \frac{mM}{\left(\frac{h^2 + 2Rh + pR^2}{R+h}\right)^2}$$

Напомним, что в знаменателе справа находится квадрат  $R_{\rm g}.$  Сокращаем и находим

$$\left(\frac{h^2 + 2Rh + pR^2}{R+h}\right)^2 = M : \left[\int_{0}^{\alpha_{\text{max}}} \int_{h}^{h+2R} \cos\alpha \cdot \frac{M(r,\alpha)}{(R+r)^2} \cdot dr \cdot d\alpha\right]$$

Мы не будем раскрывать скобки слева и выделять p, чтобы получить явное уравнение p(h), это достаточно простая, очевидная процедура. Но и переменная h, согласно (1.1), сама является обратной функцией от k. То есть

$$k = \frac{R+h}{R} \rightarrow h = R(k-1)$$

Поэтому сразу запишем очевидную зависимость

$$p = p(k)$$

Таким же образом опишем зависимость от k и другого параметра,  $c_A$ . Для этого сравним уравнение (5.2) — наше приближённое выражение (6) для сил приталкивания — и уравнение (1.0), считающееся точным выражением (6) для этих же сил. Из этого равенства мы получим значение  $c_A$ , при котором оба выражения равны

$$\frac{\cos\alpha_{10}}{\cos\alpha_{6}} \times \frac{4R^{2}}{(R+h)^{2}} = \frac{\int_{0}^{\alpha_{\text{ms}}} \int_{0}^{(k)} \left(\int_{0}^{b(k,\alpha)} \delta \cdot db\right) \sin 2\alpha \cdot d\alpha}{\int_{0}^{\alpha_{\text{ms}}} \int_{0}^{(2)} \left(\int_{0}^{b(2,\alpha)} \delta \cdot db\right) \sin 2\alpha \cdot d\alpha}$$

Преобразуем

$$\frac{\cos\alpha_{10}}{\cos\alpha_{6}} = c_{A} = \frac{(R+h)^{2}}{4R^{2}} \times \frac{\int_{0}^{\alpha_{\text{mx}}} \int_{0}^{(k)} \left(\int_{0}^{b(k,\alpha)} \delta \cdot db\right) \sin 2\alpha \cdot d\alpha}{\int_{0}^{\alpha_{\text{mx}}} \int_{0}^{(2)} \left(\int_{0}^{b(2,\alpha)} \delta \cdot db\right) \sin 2\alpha \cdot d\alpha}$$

Дробь из интегралов – это *точное* значение, согласно формализму статьи. Видим, что параметр с<sub>А</sub> зависит от множества величин, но главное – от k. Поэтому, как и для p, мы окончательно запишем

$$c_A = c_A(k)$$

Таким образом, вы выяснили, что оба параметра, р и с<sub>A</sub>, являются функциями от k. Подставляем их в выражение (5.14)

$$k = \sqrt{1 - \frac{p(k)\sqrt{c_A(k)} - p(k) - 3}{4\sqrt{c_A(k)} - p(k) - 3}}$$
(5.15)

Мы получили рекурсивное уравнение относительно k. Решить его явно, то есть, записать функцию k как функцию от любых других величин, *кроме* самой k, видимо, невозможно. Но найти k при этих же условиях – можно. Для этого следует воспользоваться традиционным способом решения рекурсий. Зададим некоторое произвольное значение  $k_0$  и вычислим в рекурсивном уравнении (5.15) его новое значение  $k_1$ . Для этого сначала нужно найти по выведенным выше уравнениям параметры  $c_A(k_0)$  и  $p(k_0)$ . В статье указано, что решение уравнения (1.0) и, следовательно, уравнения (6) производится путём численного интегрирования, то есть, в общем случае это решение является приблизительным. Нам неизвестен алгоритм указанного численного интегрирования, поэтому предложим собственный [приложение П4].

Далее следует проделать эти же вычисления теперь уже с новым значением k. Циклы следует повторять до тех пор, пока очередное новое значение k<sub>i</sub> будет отличаться от предыдущего k<sub>i-1</sub> на приемлемо малую величину. Понятно, что эти вычисления довольно сложны, хотя, конечно, не для компьютерных технологий.

52

## Таблица h(R)

c/p	0,99	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1
1,00	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
1,02	-0,099	0,700	0,836	0,889	0,917	0,934	0,946	0,955	0,962	0,967
1,04	-0,324	0,509	0,709	0,796	0,845	0,877	0,898	0,914	0,927	0,936
1,06	-0,433	0,374	0,609	0,719	0,783	0,825	0,855	0,877	0,894	0,908
1,08	-0,501	0,272	0,526	0,652	0,728	0,779	0,815	0,843	0,864	0,881
1,10	-0,548	0,192	0,457	0,594	0,679	0,737	0,779	0,811	0,836	0,857
1,12	-0,583	0,127	0,398	0,543	0,635	0,699	0,746	0,782	0,810	0,834
1,14	-0,610	0,073	0,347	0,498	0,596	0,664	0,715	0,755	0,786	0,812
1,16	-0,632	0,027	0,302	0,458	0,560	0,633	0,687	0,730	0,764	0,791

Главное правило при этих вычислениях – это всегда контролировать значения параметров  $c_A$  и р, которые всегда должны оказываться в допустимых пределах. И это правило позволяет подойти к решению уравнений (5.15) и (5.12), скажем так, с неожиданной стороны. Вопрос о вычислении (5.12) мы решим, так сказать, радикально. Просто вычислим все его значения для всех возможных значений параметров, правда, выбирая их с некоторым шагом, а радиус R выберем условно равным единице. Результаты вычислений сводим в таблицу

Фактически, таблица – это значения выражения в скобках (5.12). Сразу же замечаем, что при любых значениях параметров с<sub>А</sub> и р, высота h меньше радиуса R. Соответственно, это означает, что параметр k всегда меньше 2. Такое значение исключает все значения h, превышающие R. Другими словами, сравнение двух выражений (6) не может свидетельствовать о тождественности сил, вычисленных по закону Ньютона и по уравнениям гравитонной модели.

Итак, для того чтобы подтвердить корректность модели приталкивания, мы сравнили две относительные силы (6) – для модели приталкивания и для закона всемирного тяготения. Подтверждением должна быть ситуация, когда эти два выражения (6) равны *всегда, независимо* от значения k. Но в результате сравнения мы получили не тождество, а уравнения (5.12) и (5.14). Оба эти уравнения дают единственное решение для k, то есть, соотношения (6) равны тогда и только тогда, когда второй предел k, входящий в верхние интегралы (6) имеет строго определённое значение.

Две относительных силы в общем случае не равны. Модель приталкивания даёт иное значение сил, нежели закон всемирного тяготения Ньютона.

## 3. О реальности модели

В завершение основного раздела статьи "Модель" автор задался вопросом, адекватна ли эта модель приталкивания реальности? Первым ответом стало утверждение, что проверить это *можно* во время полного солнечного затмения. Такое доказательство представляет несомненный интерес, поскольку, согласно описанию проверки, предсказание гипотезы приталкивания противоречит предсказанию теории Ньютона. Если вдруг совершенно неожиданно оказалось бы, что гипотеза "приталкивания" доказала ошибочность ньютонова предсказания, то это, казалось бы, совершенно однозначно стало бы триумфом гипотезы. Однако более верной следует считать другую трактовку. Если новая гипотеза даёт предсказания, не совпадающие с предсказаниями теории Ньютона в рамках её применимости, то такую гипотезу следует признать ошибочной.

Тем не менее, начиная с аннотации, делается целый набор далеко идущих, трудно удержаться от эпитета "помпезных", предсказаний этой недоказанной модели. Утверждается, что модель способна каким-то образом объяснить эффекты макро- и микромира, но какие именно и каким образом, не указано.

 дель способни каким то соразом обласнить эффекты макро и микромира, но какие именно и каким образом, не указано.
 Провозглашён отказ от общей теории относительности для объяснения наблюдаемого "притяжения" тел друг к другу.
 Вместе с тем вычисленное "притяжение", приталкивание объявлено строго соответствующим закону всемирного тяготения Ньютона и, следовательно, общей теории относительности.

"Представления о силе неизвестной природы, заставляющей объекты притягиваться друг к другу, позволили в свое время Ньютону найти лишь эмпирическую формулу закона всемирного тяготения. Эта формула, по Ньютону, справедлива для любых расстояний. Изложенное в данной статье представление о "приталкивании" тел друг к другу частицами со слабым взаимодействием с веществом (гравитонами) позволяет дать непротиворечивое физическое описание этого явления. Полученные при этом формулы дают результаты, в точности совпадающие с результатом расчета по эмпирической формуле Ньютона" [1]. Отметим словосочетание "найти лишь", имеющее замет-

Отметим словосочетание "найти лишь", имеющее заметно ироничный характер. Однако далее заявлено, что этот закон притяжения вовсе не всемирный, а действует только в пределах

солнечной системы. Слово "притяжение" автором статьи в аннотации взято в кавычки.

Заметим, что статья является фрагментом сборника под общим названием "Гравитоника..." [1]. Возможно, эти предсказания обоснованы, расшифрованы в следующих томах. Здесь мы просто их отметим, поскольку наши выводы по этой статье не просто делают эти предсказания сомнительными, а низводят их буквально до уровня наивных фантазий.

Гипотеза, модель приталкивания обещает помочь понять природу "пресловутой" тёмной материи, а мы предположим, что и столь же "пресловутой" тёмной энергии. Правда, одно из предсказаний не вызывает никаких возражение: наша Вселенная является лишь малой частью чего-то большего. Обычно её, "нашу Вселенную" именуют наблюдаемой частью бесконечной Вселенной, бесконечного материального мира.

Заявлено, что гипотеза гравитонного приталкивания позволяет наметить пути к объяснению причин... и так далее и тому подобное. И уж совсем на грани фантастики: выявить таинственный источник энергии существования Вселенной. Все эти пророчества, повторим, можно назвать наивными фантазиями.

Заметим, что явного, определённого ответа на вопрос, является ли предложенная модель гравитонного приталкивания адекватной реальности, в статье нет. Сказано лишь, что это *можно* во время полного солнечного затмения. Однако "можно проверить" явно указывает на то, что на самом деле никакой проверки *именно этой модели* сделано не было. То, что во время солнечных затмений наблюдаются загадочные явления, известно. В статье приведены ссылки на наблюдение некоторых из них.

"Если эффект аномального затмения действительно существует, для выявления его существования потребуется разумное сочетание экспериментов и теоретических моделей. Кажется ясным, что гравитационное экранирование можно исключить как теоретическое объяснение".

[www.geotar.com/hran/gravitonica/2/allois.rar].

Скорее всего, эффект всё-таки есть, но притягивать к нему отвергнутую гипотезу Лесажа занятие неблагодарное. Можно смело заявить, что в физике нет *окончательно* доказанных теорий. Но опровергнутых – множество. Поскольку одна из них – гипотеза Лесажа, то, следовательно, к ним, к опровергнутым следует отнести и представленную в статье гравитонную модель.

"... ученым удалось зафиксировать уникальное явление скорость изменения траектории колебания при затмении возросла в два раза, что в корне противоречит расхожим научным теориям, утверждающим, будто гравитационное поле Земли не зависит от расположения Луны и Солнца".

[www.geotar.com/hran/gravitonica/2/kremsmunster.rar]

Речь идёт о колебаниях маятника Фуко. В "расхожих теориях" явно просматриваются закон Ньютона и общая теория относительности. Правда, пока ничего лучше них не предложено. Заметим, что отождествление *собственного* гравитационного поля Земли с эффектом, которое оно производит – довольно смелая аппроксимация.

Довольно подробное описание, которое в какой-то мере можно рассматривать как "подтверждение" гравитонной модели представлено в следующем сообщении

"Когда космическому аппарату сообщается определённое ускорение в направлении от Солнца, то он, как ошибочно полагают, движется по инерции. По инерции аппарат не прошёл бы малой части того пути, который он проходит в пространстве. Чем дальше аппарат отходит от звезды, тем меньше он ею экранируется. Тем большее число гравитонов достигают его из области, распложенной за звездой, сообщая ему определённое ускорение. Встречный поток, оказывающий сопротивление движению данному аппарату, по мере удаления от Солнца, падает в той же мере, в которой растёт поток, его настигающий, и именно в силу этого имеет место на определенном участке пути от Солнца относительно равномерное движение. Но в следствие того, что длинна свободного пробега гравитон, между двумя ударами о герцеоны, имеет определённую величину. Как показывают наблюдения за движением космических аппаратов эта величина несколько меньше величины радиуса планеты Юпитера" (В.Н. Бахарев).

Заметим, что гравитон – это гипотетическая частица, поэтому наблюдение длины его свободного пробега выглядит, мягко говоря, странно; гипотетически. Не говоря уже о еще более гипотетических герцеонах.

"Вследствие этого происходит падение скорости движения аппаратов за орбитой Юпитера. Происходит потому, что потоки гравитонов из области, расположенной за Солнцем, не проникают дальше орбиты Юпитера. Именно в силу этого и происходит неожиданное падение скорости аппаратов, не согласующееся с расчётами" (В.Н. Бахарев).

Насколько нам известно, парадокс "Пионеров" уже решён, причём не просто без использования гравитонной модели или модели Лесажа, а даже без их упоминания. Приведённые в цитате аргументы – описательные, поэтому судить об их весомости невозможно. Мы можем судить об их справедливости по положенной в их основу *ошибочной* модели. Модель, гипотеза, в частности, рассмотренная статья, в основе которой лежит целый ряд математических, геометрических и логических неточностей, ошибок, не может рассматриваться как научная. Поэтому на вопрос об адекватности модели ответим мы: модель гравитонного приталкивания ошибочна, как ошибочен и её источник – гипотеза Лесажа.

#### Заключение

В результате детальных вычислений получен результат: модель приталкивания даёт иное значение сил гравитационного взаимодействия, нежели закон всемирного тяготения Ньютона.

Модель гравитонного приталкивания не может претендовать не только на статус теории, но даже и на статус гипотезы. Статья содержит целый ряд геометрических и аналитических ошибок, при исправлении которых получены результаты, явно опровергающие заявленные автором.

Гравитонные модели приталкивания, гипотезы вида Лесажа, клоном которой, несомненно, является и рассмотренная в статье модель, в научном сообществе признаны ошибочными.

Вместе с тем, следует высветить причины популярности подобных моделей. Можно привести целый ряд цитат из работ, ссылающихся на весьма авторитетных исследователей, учёных: Гегеля, Энгельса [7], Ломоносова [4, с.100]. Правда, как о специалистах в области гравитации о них известно немного, но мнения их довольно интересны. Например:

«Притягивание представляет собой неподходящее выражение, правильнее сказать, что планеты сами стремятся к Солнцу. Гегель" [7, с.3].

«Гегель гениален даже в том, что он выводит притяжение как вторичный момент из отталкивания как первичного. Эн-гельс" [7, с.3].

"Гипотеза Ломоносова-Лесажа благодаря своей исключительной простоте и физической наглядности быстро привлекла к себе всеобщее внимание" [4, с.100].

Физики в подобных аргументах не видно, зато видно, за что физики не любят философию. Рассмотренная статья является очередной интерпретацией гипотезы Лесажа, но никаких новых аргументов в её пользу предложенная гравитонная модель приталкивании не представила. Аналитические выкладки являются не просто спорными, но и во многом ошибочными. Можно сказать, что статья оказала "медвежью услугу" своей материнской гипотезе – гипотезе Лесажа, показав в очередной раз её ошибочность. Как побочный эффект модели приталкивания можно отметить своеобразную научную тень, брошенную на всемирно признанных учёных, явно или косвенно поддержавших эту модель.

Приводимые в статье ссылки на некие "математические вычисления", якобы подтверждающие то или иное уравнение, являются просто ссылками, ничем не подкреплёнными. А выявленные ошибки наводят на мысль, что такие "подтверждающие вычисления" либо вообще не проводились, либо были столь же ошибочными, подогнанными под желаемый результат, то есть, доказательной силы не имеют.

Следует отметить, что главной целью нашей работы критика статьи не является. Критика проявилась, так сказать, как сопутствующий эффект. При исследовании явления тёмной энергии просматривались работы, в той или иной мере преследовавшие цель объяснения явления гравитации. Это не случайная связка: тёмная энергия и гравитация. Тёмная энергия проявляет себя как антигравитация, а понять её сущность, сущность антигравитации, очевидно, нельзя, не поняв сущности гравитации. Более того, считается, что у гравитационного притяжения много схожего с электростатическим взаимодействием. Поэтому с той же целью исследования тёмной материи была рассмотрена и баллистическая теория Ритца [6]. Следует заметить, что в этой теории эффект отталкивания или притяжения путём воздействия таких же малых частиц расписан заметно более последовательно, чем в рассмотренной статье. Во всяком случае, передача импульса описана вполне корректно.

В процессе литературного обзора были обнаружены в рассмотренной статье интересные, но спорные моменты, что, собственно и послужило причиной её анализа. Детальным анализ получился просто по техническим причинам: при разборе ошибок и спорных моментов оказалось сложно уложиться в ограниченный объём текста. Каждый аргумент, возражение следовало сформулировать предельно точно, а краткость в этом случае и сложна и вредна.

## приложения

#### П1. О законе обратных квадратов

Задана сфера радиуса г, находящаяся на удалении R от точки A рис.1.1. Касательные к сфере, проходящие через точку A создают коническую поверхность с углом при вершине 2 $\varphi$ . Следует найти зависимость угла  $\varphi$  от удалённости R.



Рис.12. Зависимость угла конуса от удалённости сферы

Из геометрических соображений находим

$$r = R\sin\varphi$$
$$\varphi = \arcsin\frac{r}{2}$$

R

Как видим, зависимость  $\varphi$  от R тригонометрическая. При малых углах  $\varphi$ , то есть, больших расстояниях R между сферой и точкой A, от тригонометрической зависимости можно избавиться. В этом случае угол и расстояние имеют простую обратную взаимную зависимость

$$R \approx \frac{r}{\varphi}$$
 или инверсно  $\varphi \approx \frac{r}{R}$ 

Плоский, не пространственный, телесный угол обратно пропорционален удалённости от вершины конуса только на больших расстояниях, когда углы малы.

#### П2. Определение гравитационного радиуса

Классический закон всемирного притяжения Ньютона справедлив только для точечных тел и условно применим для объёмных тел, расстояние между которыми существенно превышает их размеры.

Для таких объёмных тел закон Ньютона можно записать в ином виде

$$F_g = G \frac{mM}{R_g^2}$$

Отличие от классического закона заключается в смысле радиуса  $R_g$ . Назовём этот радиус гравитационным в отличие от классического радиуса R – расстояния между центрами тяжести взаимодействующих тел. Вычислить силу притяжения между объёмными телами можно как сумму всех сил притяжения между точечными участками этих тел. Квадрат гравитационного радиуса в этом случае можно определить, разделив полученную интегральную силу на GMm. Гравитационный радиус всегда меньше расстояния между центрами тяжести взаимодействующих тел. Покажем это.

Рассмотрим три точечных массивных объекта равной массы m. Расстояние между первыми двумя равно r, а между крайними – R. Примем, что R = kr, где k > 1. Согласно закону Ньютона самое дальнее тело притягивается к этим двум как к одному, монолитному объекту. Центра тяжести этих двух объектов находится точно посредине между ними. Масса этого монолитного объекта равна сумме двух масс.



Рис.13. Связ гравитационного радиуса и радиуса между центрами тяжести

Сила притяжения между одинарным и сдвоенным телами с учетом гравитационного радиуса равна

$$F_g = G \frac{m \times 2m}{R_g^2}$$

Здесь  $R_{\rm g}$  – это пока неизвестное нам положение гравитационного центра системы тел  $m_2$  и  $m_3$ .

Если же рассматривать суперпозицию сил притяжения, то сила притяжения должна вычисляться иначе

$$F_{rR} = G\frac{m \times m}{R^2} + G\frac{m \times m}{r^2}$$

Очевидно, что независимо от способа расчётов мы должны получить одну и ту же силу. То есть

$$F_g = G \frac{m \times 2m}{R_g^2} = F_{rR} = G \frac{m \times m}{R^2} + G \frac{m \times m}{r^2}$$
$$\frac{m \times 2m}{R_g^2} = \frac{m \times m}{R^2} + \frac{m \times m}{r^2}$$

Оставляем в равенстве только дроби и сокращаем

$$\frac{2}{R_g^2} = \frac{1}{R^2} + \frac{1}{r^2}$$

Преобразуем и "переворачиваем" дроби

$$\frac{2}{R_g^2} = \frac{r^2 + R^2}{r^2 R^2}$$
$$\frac{1}{2}R_g^2 = \frac{r^2 R^2}{r^2 + R^2}$$

Перепишем равенство с учётом соотношения R = kr

$$R_g^2 = 2 \frac{r^2 k^2 r^2}{r^2 + k^2 r^2}$$
$$R_g^2 = 2r^2 \frac{k^2}{1 + k^2}$$

Чтобы доказать, что расстояние между центрами тяжести R<sub>ЦТ</sub> больше гравитационного радиуса. Сначала найдём радиус R<sub>ЦТ</sub>, записав выражение для классической силы притяжения

$$F_{\mu T} = G \frac{m \times 2m}{R_{\mu T}^2} = G \frac{m \times 2m}{\left(\frac{R+r}{2}\right)^2}$$

Следовательно, R<sub>ЦТ</sub> имеет вид

$$R_{\mathcal{U}T}^2 = \left(\frac{R+r}{2}\right)^2$$

Найдём отношение квадратов этих двух радиусов.

$$P = \frac{R_{UT}^2}{R_g^2} = \left(\frac{R+r}{2}\right)^2 : 2r^2 \frac{k^2}{1+k^2} = r^2 \left(\frac{k+1}{2}\right)^2 \times \frac{1+k^2}{2r^2k^2}$$

Если это отношение Р больше единицы, то, следовательно, гравитационный радиус меньше расстояния между центрами тяжести.

$$P = \frac{(k+1)^2(1+k^2)}{8k^2}$$

Раскроем скобки и сократим

$$P = \frac{k^2}{8} + \frac{1k}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4k} + \frac{1}{8k^2}$$

Видим, что функция монотонная, возрастающая. Диапазон аргумента k от единицы до бесконечности. Следовательно, значение функции на нижней границе – это минимум

$$P_{\min} = \frac{k^2}{8} + \frac{1k}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4k} + \frac{1}{8k^2} = \frac{1}{8} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = 1$$

Очевидно, при увеличении k величина P также будет возрастать, поскольку первые два слагаемых является самыми большими и сильнее влияют на общий результат, чем два последних. Однако это умозрительное заключение, поэтому приведём точное аналитическое доказательство.

Найдём две первые производные функции P(k)

$$P' = \frac{2k}{8} + \frac{1}{4} - \frac{1}{4k^2} - \frac{2}{8k^3}$$
$$P'' = \frac{2}{8} + \frac{2}{4k^3} + 3\frac{2}{8k^4}$$

Найдём точку экстремума функции по равенству нулю первой производной, а характер – минимум или максимум – по второй

$$P' = \frac{2k}{8} + \frac{1}{4} - \frac{1}{4k^2} - \frac{2}{8k^3} = 0$$
$$P' = (k^3 - 1)(k + 1) = 0$$

Уравнение четвертой степени имеет 4 корня

$$k_{1,2,3} = 1$$
  
 $k_4 = -1$ 

По определению k > 0 оставляем корень k = 1. Это соответствует нашему предположению об экстремуме в этой точке, который мы признали минимумом. Действительно, в этой точке вторая производная положительна, что соответствует минимуму функции

$$P'' = \frac{2}{8} + \frac{2}{4k^3} + 3\frac{2}{8k^4} > 0$$
  
$$P''(1) = \frac{2}{8} + \frac{2}{4k^3} + 3\frac{2}{8k^4} = \frac{2}{8} + \frac{4}{8} + \frac{6}{8} = \frac{12}{8} > 0$$





#### ПЗ. Площадь поверхности конуса

Задан конус с углом 2α при вершине А и образующей г. Необходимо найти площадь поверхности конуса, не считая площади его основания. Схему удобно рассмотреть на примере рис.6. Радиус окружности его основания равен

 $Ro = r \sin \alpha$ 

Длина окружности основания равна

$$L = 2\pi \cdot Ro = 2\pi \cdot r \sin \alpha$$

Сделаем развёртку конуса. Площадь полного круга развёртки с радиусом r равна

$$So = \pi r^2$$

Площадь части общей площади круга, S<sub>k</sub> составляет долю от So, как и доля L в общей длине окружности Lo

$$Lo = 2\pi \cdot n$$

Из указанной пропорции следует, что площадь поверхности конуса S<sub>k</sub> равна

$$\frac{L}{Lo} = \frac{2\pi \cdot r \sin \alpha}{2\pi \cdot r} = \frac{S_k}{So}$$
$$S_k = S_o \sin \alpha = \pi r^2 \sin \alpha$$
$$S_k = \pi r^2 \sin \alpha$$

### П4. Численное интегрирование

Интеграл от некоторой функции геометрически представляет собой площадь под графиком этой функции. Таким образом, для вычисления интеграла функции существуют, по меньшей мере, три принципиально отличных способа. Первый – это аналитической вычисление новой функции - интеграла, второй – разбиение площади на элементарные участки и их пересчет, третий – подобен такому же разбиению на участки, но аналитически, с использованием уравнения интегрируемой функции. В этом случае мы получаем либо график, либо таблицу числовых данных. Напротив, первый способ позволяет получить решение в точном аналитическом виде, что позволяет в дальнейшем осуществлять строгие аналитические преобразования и исследование интеграла, если только при его вычислении не использовались упрощающие замены, фактически подменяющие исходную функцию её подобием.

Современные компьютерные технологии позволяют вычислить значение интеграла в виде графической функции. Мы получаем некую линию, график, предельно точно соответствующий интегралу функции, которая даже может быть и сама представлена в графическом или табличном виде, но аналитическое исследование этой графической (или табличной) функцииинтеграла затруднено. Можно отдельные участки интеграла аппроксимировать какими-либо элементарными функциями, но фундаментальную суть интеграла они, разумеется, не отражают.

Тем не менее, графическое, числовое (табличное) интегрирование даёт немало ценной информации. Если не предполагается дальнейшее фундаментальное исследование собственно интеграла, то такие графики вполне достаточны.

Рассмотрим подробнее, как выглядит такое числовое, табличное интегрирование. Возьмем функцию, например, cos(x). Строим её график. Теперь вычисляем последовательно величины cos(x)dx и находим возрастающую сумму: cos1+ cos2+ cos3... для каждого текущего значения х. Пары значений (сумма; x) изображаем в виде графика. Результатом и является график – уравнение интеграла:

65



На рисунке представлены три графика. Первый - одиночная тонкая линия – это исходная, интегрируемая функция –  $\cos(x)$ . Толстая линия рядом – это её числовой интеграл –  $\sin(x)$ . Рядом с толстой линией интеграла для примера показана аналитическая линии функции  $\sin(x)$ , которая немного смещена вправо, чтобы не сливаться с интегральной линией.

Подобный алгоритм позволяет производить интегрирование любой как аналитической, так и аппроксимированной, табличной функции. Например, трапецеидальное интегрирование состоит из следующих шагов:

Находим первое значение функции.

Находим второе значение функции для прироста аргумента Запоминаем его для следующего шага

Находим полу-сумму запомненного и нового значений

Умножаем на приращение аргумента (оно неизменно)

Получено значение площади первого интервала

В цикле находим остальные и суммируем их.

Вычисленный интеграл является определенным, на некотором интервале, поэтому каждая промежуточная сумма является точкой графика (таблицы) интеграла.

На следующем рисунке показано, как вычисляется площадь элементарной трапецеидальной ячейки интегрируемой функции f(x)



Рис.16. Площадь интегральной трапеции

При уменьшении приращения  $(x_2 - x_1)$  площадь прямоугольной трапеции предельно приближается к площади косоугольной трапеции, одна из сторон которой является отрезком линии графика.

$$S_1 = \frac{y_2 - y_1}{2} (x_2 - x_1) \approx \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx$$

## Литература

- 1. Вильшанский А. О возможной причине гравитации и следствиях из неё, URL:

   http://www.sciteclibrary.ru/texsts/rus/stat/st1637.htm

   Гравитоника, ч.1, гл.2. Причина гравитации, URL:

   http://www.ecoimper.net/content/PDF/gravit\_01\_02.pdf
- Макиенко А.В. Механика, молекулярная физика и термодинамика. Лекция 8, URL: <u>https://portal.tpu.ru/SHARED/a/ANT.MAK/Education/Lection/lk8.pdf</u>

- 3. Петров А.Н. Гравитация. От хрустальных сфер до кротовых нор, Фрязино: «Век 2», 2013 320 с.
- Поиски механизма гравитации: Сборник статей / Под ред. М.А.Иванова и Л.А.Саврова. – Нижний Новгород: Изд. Ю.Ф.Николаев, 2004. – 304 стр.
- 5. Путенихин П.В. Анализ статьи А.Вильшанского "О возможной причине гравитации и следствиях из неё", Самиздат, 2022 г., URL: <u>http://samlib.ru/p/putenihin\_p\_w/vilgrav.shtml</u>

http://samlib.ru/img/p/putenihin\_p\_w/vilgrav/vilgrav195d.pdf

- 6. Путенихин П.В. Баллистическая теория и антигравитация, URL: <u>http://samlib.ru/p/putenihin\_p\_w/antibtr.shtml</u>
- Федулаев Л.Е. Философия гравитации глазами Гегеля на проблемы современной физики. Серия Relata Referro, изд-во URSS, 2005 г., 48 стр.; ж-л «Знак вопроса», № 1/2005; М., ЛЕНАНД, 2005. URL: <u>http://hegel.ru/fedulaev2.html</u>

21.03.2022 - 26.04.2022