

КОНКУРС ИМЕНИ А. П. САВИНА

Мы продолжаем очередной конкурс по решению математических задач. Задания рассчитаны в основном на учащихся начиная с 8–9 класса, а более младшим школьникам советуем попробовать свои силы в конкурсе журнала «Квантик» (см. сайт kvantik.com).

Высылайте решения задач, с которыми справитесь, по адресу: savin.contest@gmail.com. Кроме имени и фамилии укажите город, школу и класс, в котором учитесь.

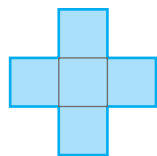
Мы приветствуем участие в конкурсе не только отдельных школьников, но и команд (в таком случае присылается одна работа со списком участников). Участвовать можно, начиная с любого тура. Победителей ждут дипломы журнала «Квант» и призы.

*Задания, решения и результаты публикуются на сайте sites.google.com/view/savin-contest
Желаем успеха!*

25. Барон Мюнхгаузен утверждает, что какие две различные правильные дроби с одинаковым знаменателем ни возьми, между ними найдется правильная дробь (не обязательно несократимая) как со знаменателем на 1 меньше, так и со знаменателем на 1 больше. Не ошибается ли барон? (Числители и знаменатели всех дробей положительны.)

М. Ильинский

26. В квадрате $n \times n$ строки последовательно пронумеровали числами от 1 до n , аналогично пронумеровали столбцы. Клетки, стоящие на пересечении строк и столбцов с четными номерами, удалили. Полу-



ченную в результате фигуру надо разрезать по линиям сетки на фигуры пентамино, отличные от Х-пентамино, показанной на рисунке. Возможно ли это, если: а) $n = 7$; б) $n = 9$?

С. Костин

27. Профессор Чайников изобрел трехчашечные весы. За одно взвешивание можно положить в чаши по грузу (или ничего не класть), и чаша с самым легким грузом поднимется вверх, а две другие чаши одинаково опустятся вниз. Если самых легких грузов несколько, поднимется только один из них (какой угодно), а оставшиеся одинаково опустятся. Профессору принесли 179 монет, из них 178 настоящие и весят одинаково, а одна – фальшивая, отличающаяся по весу.

Как ему за несколько взвешиваний определить фальшивую монету, если она:

- легче настоящей;
- тяжелее настоящей?

в) Сможет ли профессор определить фальшивую монету за конечное количество взвешиваний, если неизвестно, легче она или тяжелее настоящей?

К. Белоусов

28. а) Из бумажного треугольника вырезали круг радиуса 1. Верно ли, что из оставшейся бумаги можно вырезать круг радиуса $1/3$?

б) Из бумажного треугольника вырезали правильный шестиугольник со стороной 1. Верно ли, что из оставшейся бумаги можно вырезать правильный шестиугольник со стороной $1/3$?

Е. Бакаев

Вниманию наших читателей

Начиная с 2025 года журнал «Квант» выходит десять раз в год – пять раз в первом полугодии (номера 1, 2, 3, 4, 5-6) и пять раз во втором полугодии (номера 7, 8, 9, 10, 11-12).

Подписаться на журнал «Квант» можно с любого номера в любом почтовом отделении. Наш подписной индекс в каталоге «Пресса России» – 90964.

Купить журнал «Квант» можно в магазине «Математическая книга» издательства МЦНМО (адрес интернет-магазина: biblio.mcsme.ru), а также в некоторых московских книжных магазинах и в редакции журнала.

Архив вышедших номеров журнала «Квант» имеется на сайтах:

<http://www.kvant.digital>

<http://kvant.ras.ru>

Рассказ про отражение

Л.АШКИНАЗИ

ВОЗДУХ, ОБЫЧНОЕ СТЕКЛО, ЧИСТАЯ вода – все они прозрачны, т.е. пропускают свет. Но пропускают они его по-разному. Во-первых, свет движется в них с разной скоростью. Быстрее всего в вакууме – обычно именно эту скорость называют «скорость света». Чуть медленнее в воздухе, на треть медленнее в воде, еще медленнее в стекле, причем в разных сортах стекла с разной скоростью. А во-вторых, если у нас есть две разные среды, например воздух и вода или вода и стекло, то на границе между ними часть света отражается.

На рисунке (фотографии¹) 1 мы видим маленькую речку и мост, причем речка



Рис. 1. Свет отражается от волн на воде и фокусируется на мосту

уходит под мост. Дело происходит в Санкт-Петербурге, но свет так себя ведет и в других городах. Свет падает сверху на поверхность воды, под мостом образуется тень, а на освещенной поверхности воды есть небольшие волночки, они видны на фотографии. Часть света входит в воду, но ее судьбой мы займемся позже. А часть отражается вверх и попадает на мост, на его

¹ В этой статье все фотографии (кроме последней) – авторские. (Прим.ред.)

вертикальную плоскость, где висит знак ограничения по высоте – 3,0 метра.

В волнах поверхность воды изогнута, получается вогнутое зеркало. Но не сферическое зеркало (которое вы, скорее всего, видели), а цилиндрическое; оно тоже фокусирует свет. Сферическое зеркало отражает свет, приходящий от далекого источника, и превращает его в сходящийся конический пучок. При пересечении с экраном, если экран правильно (в фокусе) расположить, получится маленькое пятно. Цилиндрическое зеркало делает нечто похожее, только пучок получается не конический, а клиновидный, вытянутый вдоль зеркала, похожий на лезвие топора. На экране, если его расположить в фокусе, наблюдается узкая линия. Как и то куски этих линий и попали на мост. Примерно так возникают «лунные дорожки» и «солнечные дорожки».

Стекла в окнах домов могут быть слегка изогнуты, в этом случае они при отражении тоже могут фокусировать свет. И на доме напротив может получиться картина, показанная на рисунке 2. Эта фотография сделана уже в Москве.



Рис. 2. Свет отражается от стекол в окнах и фокусируется на доме напротив

В телескопах и других физических и технических приборах свет, падающий на зеркало, отражается от тонкой пленки металла (алюминий Al или серебро Ag). Эта пленка нанесена на полированное стекло. Свет, падающий на техническое или астрономическое зеркало, первым встречает на своем пути металл, от которого отражается, и до стекла он не добирается. Почему же в качестве основы использовано стекло? Во-первых, стекло прочное, жесткое, относительно легкое, хорошо шлифуется и полируется. Во-вторых, линзы и бытовые зеркала издавна делали из стекла,

поэтому вся технология работы со стеклом доведена до совершенства. В-третьих, основа зеркала – это не всегда стекло. Например, у космического телескопа это может быть конструкция из карбида кремния (SiC) – легкая, жесткая и прочная.

Делать бытовые зеркала «пленкой наружу» нельзя – эта пленка нежная, в быту она будет пачкаться, а при попытке почистить – повредиться. Поэтому бытовые зеркала делаются «стеклом наружу». Приводит это к многократным отражениям. Как это выглядит, показано на рисунке 3. Это фотография витрины магазина, а за стеклом висела гирлянда светодиодов. В бытовых зеркалах основное отражение происходит все-таки от металла на задней стороне стекла. Но несколько процентов света отражается от стекла, формируя паразитное изображение. И это лишь начало процесса, потому что свет, отраженный от металла, не весь выходит из стекла наружу – часть отражается от границы стекла и воздуха, возвращается назад, отражается от металла, выходит наружу и формирует третье изображение. А его часть... и так далее, т.е. формируется цепочка изображений. Это как раз то, чего астрономам не хватает для счастья. Но почему-то эти многократные отражения не мешают нам в быту. Обратите внимание: снимок, приведенный на рисунке 3, сделан ночью – днем такую цепочку огоньков увидеть трудно, они теряются в дневном свете. На самом деле там ситуация еще сложнее, потому что стекол в витрине не одно, а два. И получается, что отражающих поверхностей не две, а четыре – по две поверхности у каждого стекла. Вот между этими четырьмя отражающими поверхностями и мечется несчастный свет...

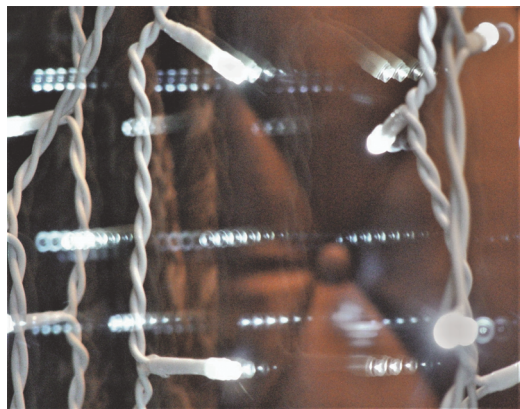


Рис. 3. Многократные отражения светодиодов в стеклах

Кстати, насчет «снимок сделан ночью» – знаете ли вы, что у кошек светятся в темноте глаза? Это, конечно, шутка. Но вот эффект «красных глаз» – реальность, и если фотографировать со вспышкой, то на фотографиях у людей могут быть красные глаза. В современных аппаратах перед основной вспышкой излучается предварительная, менее мощная, чтобы люди прищурились – тогда этот эффект ослабевает.

Продолжая исследовать отражение света, отправляемся в Африку.

«Мы быстро научились различать большинство местных животных по цвету их глаз, отражавших луч фонаря. Самые яркие глаза принадлежали похожим на лемуру галаго, которых в англоязычных странах Африки называют «бушбэби». Генетты, дикие кошки, сони, кистеухие свиньи, трубкозубы, циветты, антилопы бушбоки, долгоноги, большеухие лисы, похожие на скунсов африканские хорьки и скальные кролики с длинными, как у белок, пушистыми хвостами – все они различались по цвету глаз. Один раз мы встретили зверя, глаза которого вообще не отражали свет. Это был панголин, похожее на метровой длины еловую шишку существо, питающееся термитами» (из книги В. Динеца «Песни драконов. Любовь и приключения в мире крокодилов и прочих динозавровых родственников»).

Почему глаза отражают свет? Слой светочувствительных клеток захватывает лишь часть квантов, поэтому за ним стоит отражающий слой. Кванты, отраженные им, пройдут через светочувствительные клетки еще раз, и часть их будет этими клетками захвачена. Легко сообразить, что сигнал, поступающий в мозг, таким способом может быть удвоен. Этот слой есть и у кошек, и у людей, и вообще у многих животных, он называется тапетум (от др.-греч. *τάπηξ* – покрывало, ковер).

Цвет глаз в отраженном свете зависит от того, какая часть спектра поглощается, а какая отражается в глазу. Например, если лучше отражается синий свет, а поглощается красный, то мы увидим синее свечение, если лучше отражается красный, а поглощается синий, то мы увидим красное свечение. А если тот, который отражается, после этого весь поглощается, то мы не увидим отраженного света. Видимо, так устроил свой глаз умница панголин.

Отражение выглядит просто, а устроено оно сложно, причем часть сложностей связана с шероховатостью поверхности самого отражающего вещества, а часть – с шероховатостью поверхности, на которую нанесено вещество, которое отражает свет. И вот два примера.

Если поводить обычным черным (простым) карандашом по бумаге, черный ли остается след? Не совсем – если свет не рассеянный, а направленный, то можно заметить, что след карандаша часть света отражает зеркально, однако на сильно шероховатых поверхностях этого эффекта нет. Почему это происходит? Графит состоит из плоскостей атомов, причем плоскости связаны друг с другом слабо. При движении по бумаге от грифеля отделяются кусочки этих плоскостей, и на бумаге они располагаются параллельно ее поверхности, образуя довольно плохое, но все же зеркало. А на сильно шероховатых поверхностях графит отщепляется поликристаллами, кусочками, содержащими по-разному ориентированные фрагменты плоскостей. Эти кусочки от-

ражают свет куда попало, и зеркала вообще не получается.

Для второго примера нам потребуется ночь и лужа. На следующих четырех рисунках (4–7) – фотографии одной и той же лужи, первые три раза сделанные ночью. Первый раз – до проезда по ней велосипедиста, он как раз на ее краю, сейчас въедет. Второй снимок – сразу после проезда, спина велосипедиста видна в верхней части снимка, а отблески на луже – это отражения от маленьких волн. Третий снимок – спустя минуту, волны исчезли, все вернулось в исходное состояние. А четвертый снимок – та же лужа, но днем (она немного уменьшилась). Фонарь висит над лужей. Поверхность воды – зеркало, и оно отражает свет фонаря мимо точки, из которой велась съемка, поэтому ночью лужа темная. Днем лужа освещена со всех сторон, и часть падающего на нее света отражается именно в фотоаппарат. Асфальт шероховатый, пленка воды на нем – тоже зеркало, но не одно и большое, как лужа, а много маленьких. Эти маленькие зеркала



Рис. 4. Лужа и велосипедист на входе



Рис. 6. Лужа успокоилась



Рис. 5. Лужа и велосипедист на выходе



Рис. 7. Лужа днем

наклонены так, что далекие участки асфальта не светят в точку съемки; кроме того, они просто далеко. Наконец – сразу после проезда на воде есть волны, и отражения от некоторых из них попали в кадр.

Одна загадка, связанная с отражением, летает, преимущественно ночью, у нас над головой. Это Луна, и отражение как от нее самой, так и от того, что туда доставил человек, мы еще обсудим. А теперь вторая загадка. Человек стоит в воде по колено. Есть ли тень на дне и на воде? Есть ли отражение? Отражение тени? Тень отражения? Конечно, тень есть всегда, а видна она там, где свет попадает на отражающую и рассеивающую поверхность. Поэтому тень и на дне, и на воде есть, но на дне она видна, а на воде – только если вода грязная и ее поверхность рассеивает свет, а мы стоим так, что видим отражение света от поверхности. Отражение любого объекта есть в зеркале, но, чтобы его увидеть, глаз должен находиться в определенной области. Поэтому отражение человека от поверхности воды есть, отражение тени на дне в воде есть, но увидеть его можно только из-под воды. А вот отражение тени на воде мы не увидим, потому что тень на воде совпадает с поверхностью «зеркала».

А теперь – колечко с бриллиантом и с двумя маленькими вопросами. На рисунке 8 приведена фотография колечка, оно стоит камешком вверх в самом низу и на него направлен луч лазера, который захватывает его весь. За колечком – просто лист белой бумаги (экран). Отражение от каждой грани бриллианта создает одно пятнышко на экране, а некоторые пятнышки это результат и преломления, и отражения – луч преломился, вошел внутрь камешка, отразился там внутри и, еще раз преломившись, вышел наружу и достиг экрана. Именно это происходит в радуге, но она не сверкает, как бриллиант, поскольку капельки или льдинки слишком далеки от нас. А вот над прилавками, где продаются ювелирные изделия, обычно висит много лампочек именно для того, чтобы у человека все сверкало в глазах.

Однако вспомним, что не весь свет отражается от волн на воде, и посмотрим, что делает та часть света, которая не отразилась, а преломилась и прошла вглубь воды. Начнем с простого вопроса: почему на мелководье, как показано на рисунке 9, иногда на дне видны светлые шевелящиеся полосы? Что это за полосы и почему они образуются? Ширина

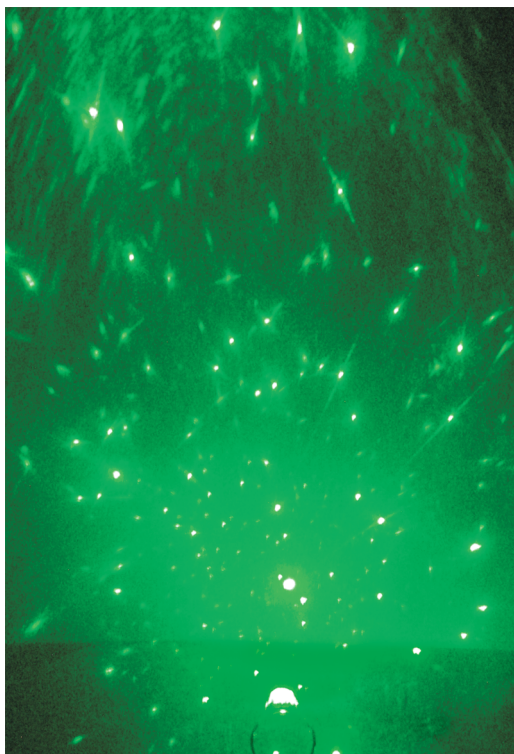


Рис. 8. Бриллиант и лазер

полос – сантиметры, зазор между полосами – десятки сантиметров, шевелятся они периодически, период одна-две секунды. А если глубина меньше или больше, полос почему-то нет вовсе. На рисунке видно, что полосы на дне длинные и тонкие. Наверное, причина этих полос тоже длинная и тонкая? Таких объектов в воде два – водоросли и волны. Но водоросли не светятся и не отражают свет, поэтому остаются волны, которые не светятся, но их поверхность, т.е. граница между



Рис. 9. Что делает преломившийся свет

водой и воздухом, свет отражает и преломляется. Свет отражается и преломляется на границе двух прозрачных сред, имеющих разные оптические свойства, например – на границе воздуха и воды, а также воздуха и стекла. Выпуклая часть волны работает как собирающая линза, только не сферическая, а цилиндрическая. В воде образуется клиновидный поток света, который при пересечении с дном, если дно расположено близко к фокусу линзы, дает узкую полосу. Но, конечно, не прямую, а изогнутую, как породившая его волна.

Про преломление света надо знать и помнить, а уходя из дома в солнечный день, не оставлять на столе у окна стеклянный шар. Это опасно, и вот почему. В интернете есть такая шутка. «Когда я покупала стеклянный шар, продавец сказал мне: “Накрывай его какой-нибудь тряпочкой или убирай его в ящик, когда уходишь из дома”. Я спросила:

“Это из-за дүхов?» Он ответил: “Нет. Если на него попадут солнечные лучи, он сработает как линза и будет пожар”. И я поняла, что, даже общаясь с духами, надо постоянно помнить и применять законы физики».

Еще одна практически важная вещь. Оптические свойства воды и стекла близки, на границе воды и стекла свет преломляется слабо, поэтому осколки стекла в воде плохо заметны. Находясь на природе и входя в воду, будьте осторожны – вдруг на этой чудесной полянке кто-то расколотил бутылку? Тем более, что в жидкой среде острый предмет особенно хорошо режет (расклинивающее действие, эффект Ребиндера). Для примера: не приходилось ли вам видеть волшебный кран, к которому не подходит труба, но из которого течет вода? Посмотрите на рисунок 10 и сообразите, что вертикальная струя воды течет по стеклянной



Рис. 10. Волшебный кран

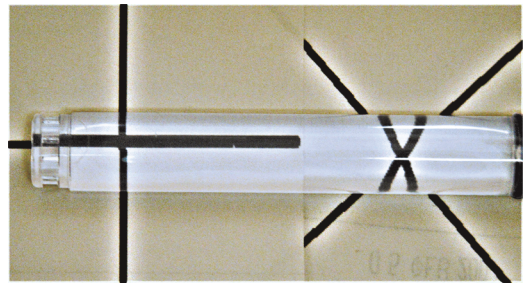


Рис. 11. Цилиндрическая линза для чтения. Изображение растягивается поперек оси линзы

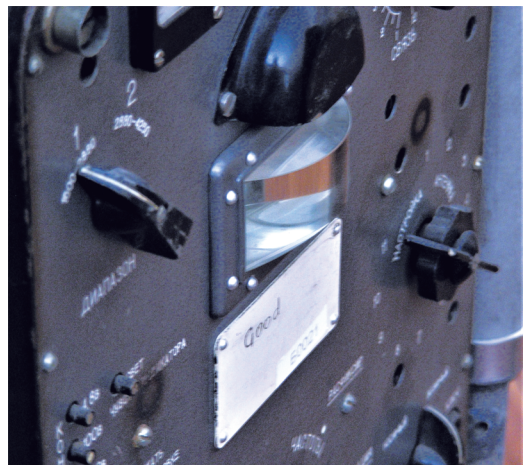


Рис. 12. Цилиндрическая линза для того, чтобы увеличить деления на горизонтальной шкале. Шкала находится за линзой и она не видна. Снимок сделан сбоку, чтобы было видно, что линза цилиндрическая



Рис. 13. Капли воды – линзы: видны изображения веток, которые за ними. Фото Н.Сьяновой

трубке – внутри трубки вверх, по наружной поверхности вниз, а сама трубка не видна.

В оптических приборах иногда применяются цилиндрические линзы, по форме похожие на волны на мелководье. Такие линзы используют, в частности, для работы с ленточными пучками света. На рисунке 11 изображена цилиндрическая линза (ее ось горизонтальна), специально предназначенная для чтения надписей. Видно, в каком направлении она растягивает изображение. А на рисунке 12 представлена цилиндрическая лин-

за, чтобы увеличивать деления на горизонтальной шкале настройки на радиостанции и облегчать настройку.

На практике чаще используются не цилиндрические, а сферические линзы. И вы наверняка их видели – хотя бы в очках. В простейшем случае их поверхности это части сферы, хотя бывают и более сложные ситуации. А чтобы сферические линзы не обижались, что мы не уделили им должного внимания, вот не самый частый пример. На рисунке 13 видны капли воды на листьях растения. Они – тоже линзы!

(Начало см. на с. 28)

Гид взглянул на мои грязные брюки и неряшливую рубашку. Я понял, какой тупой ему, должно быть, показалась моя реплика, но я действительно искренне удивился и обрадовался.

Мы прошли еще чуть дальше, и гид сказал: «Вот там располагается комната отдыха для различных делегатов, где они часто устраивают неофициальные дискуссии». В дверях, ведущих в зал, было несколько маленьких квадратных окошек, через которые можно было заглянуть внутрь, что и сделали некоторые. Там сидели и беседовали несколько мужчин.

Я посмотрел в окошко и увидел Игоря Тамма, физика из России, с которым мы были знакомы. «О! – сказал я. – Я знаю этого парня!» – и направился в зал.

Гид завопил: «Нет, нет! Не входите туда!». К этому времени он был *уверен*, что ему попался маньяк, но он не смог поймать меня, потому что сам не имел права входить в зал!

Когда Тамм меня увидел, он просиял, и мы немного поговорили. Гид вздохнул с облегчением и продолжил экскурсию без меня, так что мне пришлось их догонять.

Из книги «Какое тебе дело до того, что думают другие?», рассказывающей о приключениях Ричарда Фейнмана.